

齐王赛马与零和博弈

一、课程基本情况

课程名称：最优化理论

课程性质：专业必修课

所属专业：数据科学与大数据技术

教学对象：本科三年级学生

教学总学时：60

二、课程思政的教学整体设计思路

（一）课程目标

根据本科生的实际情况，本节课确定的教学目标是使学生掌握零和博弈的求解方法，运用最优化理论知识建构优化模型的过程。在教学过程中通过举例、类比、回顾、归纳、结合软件研究和博弈的求解方法，同时通过本节课的学习，使学生获得建立优化模型的规律和方法；培养学生主动学习、合作交流、探究学习的意识；提升学生应用所学数学知识解决实际问题的能力。

（二）课程内容简介

“最优化理论”课程作为计算机科学与技术一级学科下数据科学与大数据技术方向本科生的基础课已经累计开设 13 年。以最优化问题为研究背景，课程内容均来自生产生活实际，采用数学建模的方法从数理结构揭示和解决现实生活中的决策问题，因为该课程与实践活动紧密相连，容易激发学生的学习兴趣，使得所学知识能够应用于生活实践，深受学生喜爱。

课程以数学机理/数据混合建模、稳定性分析、学习效应等基础理论为核心，通过与控制、机械、管理以及生物等学科的交叉融合，解决了一系列基础科学及应用问题，形成了具有一定特色的研究成果。针对生产控制领域的奇异摄动时变时滞不确定控制系统问题，提出了基于时域线性矩阵不等式的稳定性分析技术；针对管理科学领域学习效应的资源约束排序问题，在凸递减资源消耗函数下以总加权资源消耗成本为约束，实现了调度成本最小的目标；针对生物学领域的种群模型问题，重新设定了种群生物资源开发和利用的指标体系，建立了合理的生物开发的经济数学模型。本课程以应用数学为核心展开多学科共同攻关，将促进学科交叉融合的理论研究，也将大力推动应用数学学科在当今信息化、智能化时代

的发展。

（三）课程思政融入设计

最优化理论课程在思想政治元素与专业知识融合过程中科学设计教学要点，以思政元素为切入点，引出问题并通过多种教学手段，使教学内容相互衔接、层层深入，螺旋上升，最终指导实践，解析思政元素，回归思政教育。

三、具体教学展示

（一）教学目标

本节课学习目标是使学生掌握零和博弈的求解方法，理解模型结构的形成和采用 LINGO 软件求解问题的过程。本节课设计一个背景，一条主线，两条分线。一个背景，深入挖掘思政元素，分析解释“运筹帷幄，决胜千里之外”的军事智慧。一条主线为帮助学生掌握零和博弈的求解方法。两条分线，其一是运用运筹学知识建构优化模型的过程；其二是掌握运用 LINGO 软件求解问题的方法。

（二）教学内容

本节课的理论教学是最优化理论课程中决策论第二节内容，讲解零和博弈的求解方法，在思政融入中是应用运筹学方法解释军事博弈问题的典型案例，在技能提升中是应用 LINGO 软件求解优化问题的实验示例。以“田忌赛马”问题为背景，在教学中学生通过耳熟能详的军事故事，体会运筹学的数理分析过程与科学决策的重要性，初步体会和领悟运用数学语言描述决策问题的思维方式，拓宽学生的视野。在此过程中，学生不但能够提高运用运筹学优化思想解决现实问题的意识和能力，同时也能进一步体会到运用数学工具描述难以量化或主观因素时的技巧与智慧，从而增强学习数学的兴趣和动力。

（三）课程思政设计思路

最优化理论课程思政以观察生活中的实际生活中优化问题为载体，授课过程中以信息化为依托，利用网络，收集、了解与问题相关的思政元素，通过中国传统文化中科学发展史上的人物故事，重要思想、传统文化、历史文献等，以其为切入点，开展课堂讨论，通过量化研究对象、搜集相关数据，充分了解模型背景，增强学生发现问题的能力和客观认识问题的意识，激发学生的学习兴趣 and 思想政治认同感。

通过探究式学习，运用机理分析与统计分析手段建构优化模型。开展混合式

教学方法，采用现代化的数学专业软件和数值分析技术，科学推演，利用数据可视化，得到相关演变与发展规律，并利用社会实际发展情况作为检验模型结果的依据，并能够应用最优化理论知识进行科学决策，提升学生科研素质和创新素养。

通过最优化理论思政课程教学的开展，培养学生应用数学知识结合计算机技能，用科学发展观和视角对中国发展和强大过程中的实际问题展开思考和研究，用理性和科学的方法解释和解决中国新时代的国际国内问题。

知识是载体，价值是目的，教师要把价值观渗透于知识传授之中，青年阶段的学生是思维最为活跃，也最需要精心引导和栽培的人生阶段。在高校课程思政教学中，教师要积极探索课程思政改革，开展集体备课，并结合每节课的知识点引入合适的案例，而不是简单的进行政治宣传。

第一、教师需要提升思政意识，牢固树立课程思政的理念，以个人的品质和精神面貌潜移默化地影响学生，使他们形成正确的价值观和人生观；

第二、教师要深入挖掘课程知识在形成和发展过程中的数学史和数学家的故事，培养学生为追求真理和理想而不断探索、吃苦耐劳的爱国情怀和民族自信；

第三、教师要深入挖掘课程知识所蕴含的哲学原理，引导学生树立辩证统一思想，形成正确的唯物主义世界观。

（四）案例导入

学生收集背景信息，了解田忌赛马典故的背景信息。

“田忌赛马”问题的呈现

西汉·司马迁《史记·孙子吴起列传》

孙武既死，后百余岁有孙臧。臧生阿、郾之间，臧亦孙武之后世子孙也。孙臧尝与庞涓俱学兵法。庞涓既事魏，得为惠王将军，而自以为能不及孙臧，乃阴使召孙臧。臧至，庞涓恐其贤于己，疾之，则以法刑断其两足而黥之，欲隐勿见。

齐使者如梁，孙臧以刑徒阴见，说齐使。齐使以为奇，窃载与之齐。齐将田忌善而客待之。忌数与齐诸公子驰逐重射。孙子见其马足不甚相远，马有上、中、下、辈。于是孙子谓田忌曰：“君弟重射，臣能令君胜。”田忌信然之，与王及诸公子逐射千金。及临质，孙子曰：“今以君之下驷与彼上驷，取君上驷与彼中驷，取君中驷与彼下驷。”既驰三辈毕，而田忌一不胜而再胜，卒得王千金。”

（五）教学过程

(一) 创设情景、问题呈现

学生收集背景信息，了解田忌赛马典故的背景信息。

“田忌赛马”问题的呈现

(二) 现实问题的背景知识与分析

1. 背景知识解析

田忌赛马就是零和博弈，齐王所失就是田忌所得，又由于中只有两个局中人，策略集是有限的，故属于两人有限零和博弈，求解该矩阵博弈问题。

2. 田忌赛马的启示

(1) 劣势中找到优势。世上不是没有好马，只是缺少伯乐；相信自己总有自己独到的优势所在。

(2) 学会取舍。什么都想得到，往往什么都得不到，舍掉小我成就大我是上策。

(3) 以己之长攻敌之短。

(4) 先谋后战。谋略在先事半功倍，焉有不胜之理。

(5) 在局部，从没有以弱胜强，实力永远是取胜的基础。

(6) 了解对手，隐藏自己。过多过早的暴露自己已失先机，只能被动挨打，知己知彼，隐藏自己，才能百战不殆！

(三) 模型建立与求解

由于齐王和田忌可能的出马策略为“上中下”、“上下中”、“中上下”、“中下上”、“下中上”、“下上中”共计六种。

记齐王的策略集为 $S_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\}$ ，田忌的策略集为

$S_2 = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6\}$ ，则齐王的赢得矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

并设齐王和田忌的最优混合策略分别为 $x^* = [x_1^*, \dots, x_6^*]^T$ 和 $y^* = [y_1^*, \dots, y_6^*]^T$ 。求解

x^* 和 y^* 归结为求解方程组

$$A^T x = U_{6 \times 1} \quad \text{和} \quad Ay = V_{6 \times 1} \\ \sum_i x_i = 1 \quad \text{和} \quad \sum_i y_i = 1$$

其中 $U=[u, u, u, u, u, u]^T$, $V=[v, v, v, v, v, v]^T$ 。

上述方程有无穷多组解，通解为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/3 \\ 1/3 \\ 0 \\ 1/3 \\ 0 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

即齐王以 $1/3$ 的概率选取策略 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_5$ 之一，田忌以 $1/3$ 的概率选取 $\beta_2, \beta_3, \beta_5$ 策略之一。总的结局是田忌赢得期望值是 1 千金。

(四) LINGO 求解

田忌赛马案例，混合策略最优解 $x=y=[0,0.3333,0.3333,0,0.3333,0]^T$ 和最小范数最优解 $x=y=1/6, u=v=1$ 。

```

Model:
sets:
num/1..6/:x,y;
link(num,num):a;
endsets
data:
a=1;
enddata
submodel xx:
@for(num(j):@sum(num(i):a(i,j)*x(i))=u);
@sum(num:x)=1;@free(u);
endsubmodel
submodel yy:
@for(num(i):@sum(num(j):a(i,j)*y(j))=v);
@sum(num:y)=1;@free(v);
endsubmodel
submodel con1:
min=@sqrt(@sum(num(i):x(i)^2));
endsubmodel
submodel con2:
min=@sqrt(@sum(num(i):y(i)^2));
endsubmodel
calc:
a(1,1)=3;a(1,6)=-1;a(2,2)=3;a(2,5)=-1;a(3,2)=-1;a(3,3)=3;
a(4,1)=-1;a(4,4)=3;a(5,3)=-1;a(5,5)=3;a(6,4)=-1;a(6,6)=3;

```

```
@solve(xx);@solve(yy);  
@solve(xx,con1);@solve(yy,con2);  
endcalc  
end
```

（五）小结

本模型从田忌赛马典故到优化建模，体现了建模过程的过程，解决了涉及到不易定量表示的模糊概念建模问题。内容包括对零和博弈的构建、策略集的分析、模型的求解、LINGO 软件应用。

（六）作业

讨论：零和博弈的线性规划解法和对应的 LINGO 程序。

四、教学评价与成效

课题组教师指导学生获得中国数学建模竞赛国家级三等奖 2 项。

本课程是考试课，考核方式采用过程性考核方式。结合日常出勤、案例分享、实验教学等综合评价学生学习情况。

五、课程特色与创新

课程创新点：化抽象为具体，在教学设计中，融入具有时效性、应用型的思政案例，引起学生的学习兴趣。

本课程的授课对象是理工类大学生，在一个高度信息化的时代，大学生学习渠道多样化，学生随时可以通过互联网了解、学习教师所传授的知识。如果在课堂教学中，教师刻意地穿插思想教育内容，反而会使学生产生抵触心理，效果往往会适得其反。在分析上述教学与学生现状的基础上，课程团队认为要做好课程思政工作就必须协调好讲授专业知识和思想教育二者的关系，尤其是要坚持润物无声地开展课堂思政。教师需要在讲解知识点时，选取合适的案例，通过案例激发学生的学习兴趣，同时传递思政育人元素，以达到利用课堂思政提高教学质量的目的。

本课程立足立德树人的根本任务，采用启发式、讨论式、案例式等教学方式提高自主学习能力、加强团队意识，培养数学思维；借助于数学史、数学家的故事等数学文化及中华优秀传统文化，增强民族自信心和自豪感，激发爱国情怀；通过在教学内容中融入前沿科研成果和应用案例，激发学生学习兴趣和创新能力，培养学生严谨的数学逻辑思维和丰富的数学科学素养，形成正确的数学哲学观；通过对最优化理论应用的科技发展现况与趋势的了解，培养持续学习的习惯

与能力，前瞻视野的能力，培养学生主动探索，勇于发现的科学精神，创新意识，创新精神，踏实细致、严谨科学的学习习惯，激发学生科技报国和对国家、社会发展的责任担当意识。

六、思政教学反思

通过“课程思政入课堂、育人育德于无形”的探索与实践，学生不仅能掌握零和博弈的思想和基本理论知识、获得运用零和博弈的基本思想、方法分析问题、解决问题的能力，也能增强学习兴趣，培养数学思维，激发创新精神、奋斗精神以及爱国情怀，从而奠定实现“传承红色基因，发扬科学精神”的良好基础。

在思政教学中的成功之处：

1. 课堂从一生动案例引入开始，迅速将学生的兴趣引入课堂，调动起学生的学习热情；
2. 把握好新闻时政的切入点，让课程知识点到思政点的过渡更显自然。

持续改进之处：

1. 在融入数学史时，每次设计为五分钟左右，但是偶尔展开的较多，时间把握不够好；
2. 由于对工科专业缺乏了解，融入的专业应用型案例较少，后续还要与各学院专业课教师多沟通；
3. 课下与学生沟通大多数还是解决学科内容，缺少人文关怀，当学生需要心里疏导时，时长会有心乏力，还需提升育人能力。

通过课程思政的教学，自身还是收益颇多的。为了精心准备教学案例，查阅了大量的文献，不仅提高了自身的政治素养，而且也提高了文化素养，对最优化理论课程有了全新的认识。

以现代化的教学理念为指导，不断与时俱进创新教学方法，努力做到因材施教，针对本专业设置更贴合专业特色和学生发展方向的、融合科学前沿知识的案例。

吉林师范大学 最优化理论 李丽颖