

中国随机优化新近进展及展望

摘要

随机优化是一种采用随机变量建模和优化的方法。对于一个随机优化的问题，随机变量在优化问题建模时就引入，目标函数和约束条件都含有随机变量。随机优化也包含应用随机迭代的方法去求解随机问题。随机优化可以看作是处理确定性优化问题的确定型方法的一种推广。典型的随机优化方向和方法包括排队论、可靠性理论、马氏决策过程、库存论、随机规划、风险分析、决策论、博弈论、供应链管理等等。在本章中我们主要讨论马氏决策过程、可靠性理论和排队论。针对每一个方向，我们将介绍其背景和应用领域，相关方法的研究现状，未来发展趋势和主要研究问题。

Recent Development and Future Prospect of Stochastic Optimization in China

Stochastic optimization is an optimization method that generates and uses random variables. For stochastic problems, the random variables appear in the formulation of the optimization problem itself, which involve random objective functions or random constraints, for example. Stochastic optimization also include methods with random iterates. Some stochastic optimization methods use random iterates to solve stochastic problems, combining both meanings of stochastic optimization. Stochastic optimization generalizes deterministic methods for deterministic problems. The typical methods and areas for stochastic optimization include queuing theory, reliability, Markov decision processes, inventory theory, stochastic programming, risk analysis, decision theory, game theory, supply chain management and so on. In this chapter, we only focus on the Markov decision processes, reliability and queuing theory. For each of these research areas, we introduce background and applications of the problems, the state-of-the-art of the methodologies, the current research trends and the key research problems.

一、引言

随机优化问题是一类最优化问题，相对于确定性优化问题来说，它是特指带有随机因素的最优化问题，需要利用概率统计、随机过程以及随机分析等工具处理。所谓随机因素，包括环境的随机因素、控制变量不确定因素、准则值的不确定因素等等。例如，在考虑水库优化调度问题时，天然来水一般是服从三阶皮尔逊分布的随机变量。在考虑库存管理时，变动的需求常常考虑为外生的随机变量。这些都属于环境的不确定因素。在排队系统中服务速率确定以后，真实的服务时间依然是随机变化的，这属于控制变量的不确定因素。针对某种疾病使用药物最终能够达到的效果，往往不是确定的，即评判药效的最优值函数具有不确定性。

由于人们面对的世界具有极大的复杂性和不确定性，在处理其优化问题时不得不考虑这些不确定性带来的影响。因此，随机优化的技术被广泛的应用于工程、经济、金融、管理、医药、军事和国防等各个领域。

随机优化在上个世纪初就引起了人们广泛关注，如：1909年丹麦工程师厄兰在1909年考虑电话线路合理配置时就开始了排队论的研究工作^[1]；诺贝尔经济学奖获得者阿罗^[2]在上个世纪40年代研究库存问题时诱发了多阶段随机环境下的决策问题，产生了库存理论；从40年代沙普利^[3]讨论的多阶段随机对策到60年代霍华德^[4]在考虑广告发放时给出了马氏决策理论的雏形；自从冯·诺依曼^[5]1956年提出能否用不可靠的部件构造出可靠的系统时，诱发了系统可靠性理论的发展等等。事实上，从上个世纪的二次世界大战以来，受到实际问题的驱动，随机优化已经发展成为一个非常丰富的研究分支，包含着理论研究、算法研究和应用实践三个方面的工作。国内外有众

多的研究小组和人员围绕着这个极具活力的研究领域工作着。

从学科分类上说,随机优化是运筹学的一个分支,属于运筹学的基础学科,在运筹学领域非常活跃。例如,近几年美国运筹学和管理学研究协会大会上 80%以上的分会主题都与其相关。通过多年的发展,随机优化理论和方法的研究不断深入,应用领域也不断扩大。到目前为止,随机优化研究领域涉及到的具体方向众多,我们仅列举出本报告涉及的方面,具体有:

排队论:也叫随机服务系统。研究排队现象的一门学科,而排队是由于某种拥挤现象造成的。其构成是一个由需求“服务”的请求(也称为顾客)组成的输入流和一个提供这种服务的机构(也称为系统)。当顾客到达系统时,按照某种规则接受系统的服务。研究的主要内容具体包括:系统中的顾客数目(队长)及其规律、系统中等待接受服务的顾客数目及其规律、系统的连续工作时间长度及其规律、系统空闲时间长度及其规律、顾客的等待时间及其概率分布等诸多系统表现行为的规律,以及在此基础上的系统优化问题等等。

可靠性理论:研究产品失效及其寿命特征的一门综合性和边缘性学科,它涉及到基础科学、技术科学和管理科学的许多领域。可靠性问题随着系统的复杂程度逐步提高变得尤为重要,人们迫切需要定量评定和改善系统的可靠性。提高产品的可靠性需要在材料、设计、工艺、使用维修等多个方面努力。因此,可靠性理论包括可靠性工程和可靠性管理等方面。可靠性数学是必不可少的工具,利用建立数学模型以及优化的思想指导可靠性工程与可靠性管理工作。

库存理论:研究生产和经营活动中的供-存-销三个环节中的问题,主要是解决如何控制订货时间的间隔及订货数量来调节整个系统的运行,使得在某种准则下系统的性能达到最优。

马尔可夫决策过程:是针对人们在现实社会中序贯做决策及其整个过程的一个理论抽象。在描述决策过程时,采用系统的状态、决策行为的选择、状态的转移变化、与状态和决策行为相关的收益等参数刻画,在某种整体准则条件下优化所有时刻的决策行为策略。理论上关心的是最优策略的存在性和可解性问题,与实际问题相结合时关心的是如何将实际问题描述为有效的马氏决策过程以及求解算法问题。

此外,本专题报告未涉及的随机优化的其他方向包括:随机规划、风险分析、决策分析、对策理论、供应链、投资组合分析和随机优化的应用,其中供应链管理有专题报告单独介绍。

二、我国近三年在随机优化领域的代表性成果

(一) 可靠性理论

1. 寿命分布类

论文^[6]研究了广义剩余寿命递增类在时间点的剩余寿命的封闭性,并得到了指数分布随机时间点上剩余寿命的界。他们证明了下面的结论:如果 Y 是 DRHR 的且 X 是 s -IFR 的,则 $X-Y|X>Y$ 是 s -IFR 的(即在 X 寿命超过 Y 寿命的条件下,其超过部分的寿命长度属于 s -IFR 的寿命分布类),如果存在指数分布随机变量 Y 使得 $X-Y|X>Y$ 是 s -IFR 的,则 X 一定是 $(s+1)$ -IFR 的。这些结果将在可靠性工程和保险精算学历产生良好的应用。论文^[7]通过研究剩余寿命和休止时间的熵的随机单调行为得到了剩余寿命熵递减(DRERL)分布类关于独立同分布并联结构和记录值的封闭性质以及休止时间熵递增(IUIT)分布类关于独立同分布串联结构和记录值的封闭性质,他们也证明 $(k+1)$ -out-of- $(n-1)$ 和 $(k+1)$ -out-of- $(n+1)$ 系统都是 DRERL(IUIT)的如果一个独立同分布元件构成的 k -out-of- n 系统是 DRER(IUIT)的。这些结果是国际上有关熵的寿命分布类研究中的最好结果之一。

2. 可靠性在工业中的应用成果

近些年在高科技和尖端工业方面我国取得了令人瞩目的成绩，这些工作都离不开我国广大的可靠性工作者的努力，他们不仅解决了复杂的工程中可靠性计算工作，也发表了众多的论文。这里仅列举一些在重大工程项目中产生影响的事例：

1) 船舶动力装置磨损状态在线监测与远程故障诊断技术及应用：磨损是船舶动力装置的主要故障类型，针对传统的定期取样送检模式，发明磨损状态信息的实时在线监测方法与装置；针对现有的机舱自动化系统不能实现磨损故障分类与定量描述，发明多参数耦合的磨损状态定量识别技术；针对单一参数诊断精度低、故障类型少，集成摩擦学、动力学和性能参数，构建船舶动力装置一体化综合诊断体系；针对工程化应用，形成模块化、分布式的船舶动力装置磨损状态在线监测、远程诊断与维修技术。本成果已在航标维护、航道疏浚、救助、运输等船舶上推广应用。这项工作获得 2012 年国家技术发明二等奖。

2) 高可靠先进液压系统新技术及其在现代军机、民机和航天器中的应用：建立了液压能源管路系统与伺服系统的耦合模型，提出了基于溢流原理的分布式流体传输管路振动主动抑制技术和自适应振动主动抑制算法；构建了基于国际标准、实时可配置的空地一体飞机液压系统故障预测与健康管理体系结构，设计了增强传感器网络，提出了基于倍频相对能量的分层聚类航空液压泵信息融合故障诊断算法，发明了基于 δ 滤波器的灰色故障预测算法，实现了故障诊断率大于等于 95% 和虚警率小于等于 5% 的故障诊断指标；设计了高压高速加速寿命试验装置，提出了基于累积损伤混合威布尔模型和样本复用技术的飞机液压能源系统可靠性和寿命的有效评估方法，解决了小样本加速寿命试验参数估计的难题；研制出国内首台机载液压系统 PHM 原理样机；设计了飞机液压系统地面维护系统，提出了维修资源动态调度策略，建立了空地一体网络化飞机液压系统 PHM 可信性模型，给出了最短维修时间的优化解析算法，实现了液压系统 PHM 的可靠性、安全性和维修保障性综合评价。这项成果获得 2010 年国家科学技术进步二等奖。

3) 大型交通运输工程结构系统可靠性优化设计和风险控制技术及其应用：围绕我国斜拉桥建造技术开展交通运输结构的可靠性设计、施工工艺和施工控制，提出了既有桥梁改造的新思路，开创了同步顶升技术新领域，对百年开启桥的成功修复，使桥梁成为文化历史传承的载体。在海河综合开发改造中索梁结构体系的桥梁可靠性设计、施工关键技术研究，通过对传统张拉方法的分析，利用拉索张拉力影响矩阵、泛函极值原理及对张拉力进行拆分，提出新的拉索张拉方法。该方法形成的施工技术，应用于天津海河上多座索梁结构体系桥梁的拉索张拉施工，使拉索张拉次数大为减少、大大提高了其可靠性，目标索力的精度明显提高，风险控制良好。这项成果获得 2008 年国家科学技术进步二等奖。

(二) 马氏决策过程

1. 对策略依赖历史的连续时间马氏决策过程

在关于连续时间马氏决策过程的研究中，包括论文^[8,9]在内的绝大部分工作中的策略类局限在随机马氏策略类。然而，现实生活中的决策者在采取策略时不仅会考虑系统当前的状态，而且往往会考虑系统的状态变化历史和相应的决策。因此，在马氏决策过程的研究中，自然会考虑依赖历史的策略，看看依赖历史的策略是否会对马氏决策过程中的最优性产生影响。的确，在关于离散时间马氏决策过程和半马氏决策过程绝大部分中策略均依赖历史！但在连续时间马氏决策过程的文献^[10,11]中，研究了策略依赖历史但转移率有界连续时间马氏决策过程的折扣和有限阶段准则。论文^[8,10,12]等均指出：状态转移率和报酬均无界且策略依赖历史的连续时间马氏决策过程是未解

决的开问题。而我国中山大学郭先平的团队在该方面的研究取得重要研究。具体解决思路如下：解决上述开问题的出发点是给出状态过程的构造及其正则性条件。当策略依赖历史且状态转移率无界时，由策略所诱导的转移率不仅无界且还可能依赖历史。因而，已有文献中首先构造转移率函数、然后构造相应状态过程的标准技巧不再可行，经典的方法不能再用。郭先平等先分析过程的轨道空间，然后用策略所诱导的转移率建立了轨道空间上的概率测度，进而构造了该概率空间上的状态过程。为证明状态过程的正则性，利用他们自己新建立的精细不等式、并结合状态过程和概率测度的特征，给出了强有力的正则性条件。所用的方法与技巧同经典的借用转移率函数的标准方法完全不同，创新明显。进而，通过引入策略占有测度的技巧，证明了策略依赖历史且转移率和报酬均无界的连续时间马氏决策过程折扣最优性与一类占有测度上的最优化问题等价。为求解该等价的优化问题，又提出了“w-弱收敛”的定义，拓展并深化了概率论中标准的弱收敛的概念，建立了“w-弱收敛”与标准弱收敛之间的对应关系。针对受约束情形的折扣与平均准则，建立了强有力的使相应的所有占有测度集合成为紧集的条件，证明了约束折扣和约束平均最优策略的存在性，给出了最优策略的线性规划算法及其特征，展示了他们的结果在人口过程、排队系统、现金流模型的管理与优化等方面的应用。特别，他们提出的折扣与平均最优性条件比以往相关文献中的更加宽松与广泛，而且关于折扣最优策略的精细计算例子是首次的。他们的三篇论文^[13,14,15]回答了上述公开问题，且针对状态空间可数与一般状态的折扣情形。

2. 马氏决策过程的应用

中山大学郭先平的团队与广东省中医院进行多年合作：以急性缺血性中风疾病为载体，采集2005.3-2008.7期间广东省中医院住院部该病患者的电子病历信息，构建了缺血性中风病的马氏决策过程模型，并采用马氏决策过程中的优化方法获得到不同病情下最优的中西医结合干预方案。为验证最优干预方案，他们采集了2010.1-2011.9期间中国地区6家医院的中风病中西医结合临床路径前瞻性研究数据，将相同病情下采用和未采用最优干预方案的样本配对后进行拟合度分析。论文^[16]所得结果提示：对于几种常见病情，采用他们最佳干预方案的患者能获得更好的治疗效果。另外，中国科学院数学与系统科学研究院的研究团队将马氏决策理论应用于卫星系统、船舶系统等方面解决实际问题也取得了非常好的效果。

（三）排队论

具有多类顾客到达的排队网络的扩散逼近和遍历性研究。与传统的杰克逊网络相比，这类网络下顾客在每一个服务台所用的服务时间及服务完的转移状况依赖于顾客本身而非所在的服务台。论文^[17]首次发现这类排队网络即使是每一服务台服务强度都小于一系统并不遍历的例子之后，如何建立这类系统的遍历性和扩散逼近，至今是人们关注的一个研究热点。论文^[18,19]提出了对带有固定优先权的具有多类顾客到达的排队网络遍历的充分条件，论文^[20]在先到先服务的服务规则下得到扩散逼近存在的充分条件。

重试排队系统的研究。它始于20世纪50年代，出于研究重复呼叫时电话系统的话务理论，论文^[21]给出了基本的重试排队模型的分析。由于重试现象的普遍存在，重试排队系统得到了广泛的应用。国内对重试排队的研究近年在如下几个方面：重试排队系统的可靠性分析、服务台可休假的重试排队模型、离散时间重试排队模型、有限源可修重试排队系统、重试排队系统的纳什均衡分析等都做出了很好的工作^[22-24]等，此外，论文^[25]还针对多服务台重试排队系统、使用概率测度弱收敛理论，在高负荷情况下、建立了队长、等待时间的扩散逼近理论。

三、随机优化的发展现状与趋势

随机优化的未来发展主要在三个方面：一个是理论工作的继续，次之是有效算法的研究，最后更为重要的是应用于解决实际问题的技巧。所谓理论工作，主要集中在相应分支方向自身理论体系的完善。每一个分支方向都面临着自身的技术难点，例如在排队论方面有：G/G系统瞬态行

为的解析表达获得、排队网络的逼近行为分析等等；在马氏决策方面有：状态空间为一般形式时最优策略的存在性条件等等；在系统可靠性方面有：复杂系统和软件系统的可靠性研究、寿命分布类的理论完善等等；在供应链管理方面有：带有顾客损失和较长时间供货延迟的多级库存系统研究等等。有效的计算方法一直是人们十分关心的问题，特别是求解随机优化问题时，高维数据和状态空间爆炸所带来的困难尤为突出。因此，人们正在利用诸如机器学习、降维技术、神经网络、智能计算技术等方法尝试求解大规模随机优化问题，由此带来的理论问题也一直是研究的重点。正是因为人们实际需求的不断提高，需要解决的实际问题越来越多，规模越来越大，利用随机优化技术解决实际问题的需求飞速发展，其技术难点主要涉及建模理论与求解技术相结合，好的模型会为问题的求解带来方便，又不失原问题的本质规律。因此，上面提到的三个发展趋势是必然的。

（一）马氏决策过程

马氏决策过程又称为随机动态规划、马尔科夫控制过程、或受控的马氏过程，属运筹学，概率论、及控制论的交叉科学。其研究对象是状态转移受控的随机动态系统，目的是研究如何根据系统状态来制定选取行动的策略，使系统的运行在给定目标下达到或接近最优。马氏决策过程关注的是随机动态系统状态转移结构的控制，强调的是“优化”，系统的特点是“随机性”。马氏决策过程的核心研究内容归纳为三个方面：1) 马氏决策过程的最优性条件（即，对给定的目标准则，使最优策略存在的条件）；2) 最优策略的计算方法；3) 马氏决策过程的实际应用。自六十年代以来，马氏决策过程的研究成果已很丰富，实际应用范围已深入到通讯网络、工程计划、质量控制、设备维修、资源分配、生产存储、水库发电、排队优化、金融市场、化学反应、和医疗卫生等众多领域。比如，诺贝尔经济学奖获得者默顿^[26]1997年在他的获奖稿中说：随机动态规划是解决动态投资组合理论问题的主要工具！

1. 国内外研究现状分析

按决策时间，马氏决策过程可分为离散时间马氏决策过程，连续时间马氏决策过程，以及半马氏决策过程。马氏决策过程中，常用的最优性准则为折扣准则、平均准则、有限阶段准则、概率准则、风险准则，等。论文^[27]开创了离散和连续时间马氏决策过程的研究，论文^[28,29]将马氏决策过程的理论推广到马氏更新过程的情形而建立了半马氏决策过程。论文^[30,31]分别奠定了离散时间马氏决策过程和连续时间马氏决策过程的理论基础。

关于离散时间马氏决策过程的研究：对离散时间马氏决策过程的研究，成果丰富，文献众多，无法一一例举。论著^[32-34]对可数状态离散时间马氏决策过程的理论与应用给予了系统而全面的分析。论文^[35,36]对离散时间一般状态马氏决策过程的理论发展进行了深刻论述。论文^[37]收集了大量马氏决策过程的例子。手册^[38]介绍了离散时间马氏决策过程中的众多研究方向，及其在通讯网络、水库管理、数理金融、和排队系统中的大量应用；论文^[39]概述了离散时间马氏决策过程折扣准则和有现阶段的理论成果，尤其是分析了它们在金融与保险中的大量应用；论文^[40]讨论了马氏决策过程在管理中的应用；论文^[41]总结了马氏决策过程在人工智能方面的应用；论文^[42,43]分析了马氏决策过程的动态系统学习控制理论、算法与应用等；论文^[44]对马氏决策过程和 BDI 两种模型及其关系进行了统一分析；论文^[45,46]等概述了研究平均准则的三种方法，即最优方程方法、最优不等式方法、最优双不等式方法，及其它们的特点。

关于连续时间马氏决策过程的研究：连续时间马氏决策过程的研究源于的开创性工作^[27]。之后，论文^[31]考虑了一般状态有限阶段模型，论文^[11]研究了转移率有界的可数状态折扣模型，论文^[33,34]分别考虑了转移率有界且状态空间可数的平均和折扣准则，论文^[8,9]对可数连续时间马氏决策过程折扣与平均准则的理论和应用进行了系统分析。对于转移率可能无界且策略依赖历史的一

般状态空间情形, 论文^[14, 47, 48]研究了折扣模型; 论文^[15]研究了平均模型。相对离散时间马氏决策过程的研究来说, 连续时间马氏决策过程的理论研究还不完善。比如, 对有限阶段离散时间马氏决策过程的研究成果已很完善, 详情可见论文^[36, 39, 49]等。而关于有限阶段连续时间马氏决策过程研究, 论文^[10]指出: 策略依赖状态历史、转移率和报酬均无界的连续时间马氏决策过程时最优性结果是未解决的开问题, 而且该问题至今还未解决。因此, 连续时间马氏决策过程需要进一步研究和发展。

关于半马氏决策过程的研究: 半马氏决策过程理论源于专著^[28]和论文^[29]对离散时间马氏决策过程的推广和发展, 故又称为马氏更新规划。在半马氏决策过程中, 决策时刻允许在状态发生转移的时间点上, 且状态逗留时间可以服从一般的概率分布。因此, 半马氏决策过程适用于一般的排队模型、延迟时间不一定是指数分布的库存模型和维修更新系统等, 具有广泛的应用领域。近年来, 半马氏决策过程的研究得到较好的发展, 对折扣和平均半马氏决策过程的研究已比较完善, 无论是有限状态、可数状态、还是一般状态空间的情形, 无论是报酬/费用函数有界、无界、还是非负的情形, 都得到了满意的研究结果。例如, 论文^[50-52]考虑了折扣半马氏决策过程; 论文^[53-56]讨论了平均半马氏决策过程; 论文^[57]探索了加权和摄动情形的半马氏决策过程。众所周知, 有限阶段准则是一种基本而重要的准则, 其在离散时间模型中结构是简单的, 但在连续时间模型中, 有限阶段优化问题变得复杂而困难^[58]。对于半马氏决策过程有限阶段准则的工作, 目前较少文献涉及, 仅见论文^[58, 59]。除了以上经典的准则, 首达目标准则、概率准则也得到了关注和研究^[60, 61]。

2. 国内几项代表性研究成果

对策略依赖历史的连续时间马氏决策过程的研究: 在关于连续时间马氏决策过程的研究中, 绝大部分工作中的策略类局限在随机马氏策略类, 如论文^[8, 9]。然而, 现实生活中的决策者在采取策略时不仅会考虑系统当前的状态, 而且往往会考虑系统的状态变化历史和相应的决策。因此, 在马氏决策过程的研究中, 自然会考虑依赖历史的策略, 看看依赖历史的策略是否会对马氏决策过程中的最优性产生影响。的确, 在关于离散时间马氏决策过程和半马氏决策过程绝大部分中策略均依赖历史! 但在连续时间马氏决策过程的文献中, 论文^[10, 11]研究了策略依赖历史但转移率有界连续时间马氏决策过程的折扣和有限阶段准则, 论文^[8, 10, 12]等均指出: 状态转移率和报酬均无界且策略依赖历史的连续时间马氏决策过程是未解决的开问题。

而我国中山大学郭先平的团队在该方面的研究取得重要研究。他们解决上述开问题的出发点是给出状态过程的构造及其正则性条件。当策略依赖历史且状态转移率无界时, 由策略所诱导的转移率不仅无界且还可能依赖历史。因而, 已有文献中首先构造转移概率函数、然后构造相应状态过程的标准技巧不再可行, 经典的方法不能再用。他们先分析过程的轨道空间, 然后用策略所诱导的转移率建立了轨道空间上的概率测度, 进而构造了该概率空间上的状态过程。为证明状态过程的正则性, 利用他们自己新建立的精细不等式、并结合状态过程和概率测度的特征, 给出了强有力的正则性条件。所用的方法与技巧同经典的借用转移概率函数的标准方法完全不同, 创新明显。进而, 通过引入策略占有测度的技巧, 证明了策略依赖历史且转移率和报酬均无界的连续时间马氏决策过程折扣最优性与一类占有测度上的最优化问题等价。为求解该等价的优化问题, 又提出了“w-弱收敛”的定义, 拓展并深化了概率论中标准的弱收敛的概念, 建立了“w-弱收敛”与标准弱收敛之间的对应关系。针对受约束情形的折扣与平均准则, 建立了强有力的使相应的所有占有测度集合成为紧集的条件, 证明了约束折扣和约束平均最优策略的存在性, 给出了最优策略的线性规划算法及其特征, 展示了他们的结果在人口过程、排队系统、现金流模型的管理与优化等方面的应用。特别, 他们提出的折扣与平均最优性条件比以往相关文献中的更加宽松与广泛, 而且关于折扣最优策略的精细计算例子是首次的。他们的论文^[13-15]回答了上述开问题, 且针对状态

空间可数与一般状态的折扣情形。

3. 发展趋势与关键科学问题

关于马氏决策过程新最优准则的研究：马氏决策过程中常用的最优性准则为折扣准则、平均准则、有现阶段准则。人们还研究了百分比准则和权重准则，特别是还有富于实际背景的概率准则^[62]

$$J_P(x, \pi, \lambda) := P_\pi^{0,x}(\sum_{k=0}^{\tau_B} r_k(x(k), a(k)) \geq \lambda)$$

首达目标准则

$$J_F(x, \pi) := E_\pi^{0,x}[\sum_{k=0}^{\tau_B} \alpha^k r_k(x(k), a(k))]$$

τ_B 为状态集 B 的首达时、和风险灵敏准则

$$J_R(x, \pi) := \limsup_{T \rightarrow \infty} \log E_\pi^{0,x} \{ \exp[\gamma \sum_{k=0}^{k=N-1} r_k(x(k), a(k))] \} / (\gamma T)$$

等。众所周知，折扣、平均、和有现阶段准则不仅最为常用，而且是概率、首达目标、和风险灵敏准则的研究基础。而概率、首达目标、和风险灵敏准则在可靠性理论，质量管理，通讯网络，金融风险，医疗卫生，等实际应用中有广泛应用背景：比如，若 B 表示某系统的失效状态集，则 τ_B 为系统的正常工作时间，从而概率准则 $J_P(x, \pi, \lambda)$ ，其中 $r_k=1$ 就表示系统在 π 策略下的可靠性。关于离散时间马氏决策过程的折扣与平均准则的研究成果已很丰富。但对离散时间马氏决策过程的概率、首达目标和风险灵敏准则的研究还局限在状态空间可数、行动空间有限且报酬有界的情形。而约束与非约束情形，以及有现阶段情形的连续时间马氏决策过程及半马氏决策过程的概率准则、首达目标准则、风险灵敏准则、均值-方差、厌恶风险准则，等优化准则值得进一步研究。

关于马氏决策过程新模型的研究：众所周知，1990年诺贝尔经济学奖获得者马科维兹创立的以随机分析为基础、状态变量连续的马科维兹均值-方差投资组合理论是金融数学中的核心内容。但是，离散事件动态系统中的状态变量是离散而非连续的。因此，建立离散动态系统中的均值-方差投资组合模型，将马科维兹均值-方差投资组合理论拓展到马氏决策过程情形有重要意义。另外，通过引入决策变量和优化目标，研究所谓的马氏骨架决策过程和逐段决定的马氏决策过程，即将连续时间马氏决策过程的主要结果和思想拓展到马氏骨架过程和逐段决定的马氏过程情形有丰富的实际背景，值得研究。

关于金融风险的应用研究：在数理金融中，模型中的变量常常是连续时间的（如股票价格过程），由此导出了相应的连续时间随机控制问题（如消费-投资问题）。不过，在这些问题的求解过程中，只有很少部分能给出精确解。另外，始于离散时间过程的数值求解方法有时候很有效，由此产生的离散时间马氏决策过程在金融与风险中有大量应用。特别，专著^[39]系统论述了离散时间马氏决策过程在消费-投资问题、均值-方差问题、风险中的红利问题、美式期权定价问题等大量应用，用经典的有限阶段和无限阶段马氏决策过程的理论得到这些问题的精确解。最近，对马氏决策过程的研究又有新的进展：一方面，经典的离散时间马氏决策过程模型已拓展到半马氏决策过程、连续时间马氏决策过程、厌恶风险的马氏决策过程；另一方面，有限阶段和无限阶段准则已发到首达目标准则、风险概率准则、橹棒优化准则。因此，用关于马氏决策过程的最新成果，研究金融和保险中的上述等问题有丰富的实际背景，值得探索。

关于传统数学领域中的应用研究：论文^[63]利用摄动的手段研究了利用马氏决策过程方法解决哈密尔顿圈的传统数学问题；针对这一问题，论文^[64]给出了一个新准则。这些工作诱发了一系列

马氏决策过程中新问题的研究。

(二) 寿命分布类

发源于上个世纪六十年代的可靠性理论研究起初是服务于简单的机械和电子系统，其兴起的标志是基于首次可靠性学术会议的论文专集^[65]，其成熟的标志则是众所周知的专著^[66,67]；专著^[68]为我国在该领域的研究奠定了基础，此后的研究工作逐步展开，尤其是寿命分布类的研究得到了长足的发展，其中的一批研究结果得到了国际同行的一致好评，专著^[69]对于大部分的结果加以总结，最近 10 年里又涌现出许多颇有特色的好成果，稍后我们会加以介绍。

可靠性理论主要的研究目标之一是估计和计算特定系统在规定时间内完成设定任务的能力——可靠性，这就不可避免地要考虑系统的结构和组成系统的诸元件的随机寿命，事实上，关于寿命分布类的研究一直就是可靠性理论研究的一个主题。由于可靠性理论研究元件和系统的失效规律，以及对可靠性的有效控制，从而为工程系统提供必需的设计准则、检验手段和相关指南，寿命分布类的研究工作主要包括下面几个主要的方面：

新的寿命分布类的引进：传统的年龄性质如IFR和NBU借助失效率和平均剩余寿命来刻画寿命的衰减，考虑到衰减的本质乃是比较完整的随机寿命和剩余寿命，迅速发展的随机序理论^[70,71]将可以极大地丰富比较完整的随机寿命和剩余寿命的方式的同时，也使得人们对于衰减本身具有更加好的理解。基于此，过去二十多年里几个比较受欢迎的寿命分布类得以提出和详细研究。另外，值得一提的是，基于分位点剩余寿命的年龄性质的探讨自开创性工作^[72]之后，最近也有了更加详细的研究结果；例如，论文^[73,74]提出了分位点剩余寿命递减类，研究了这类与失效率递增类的关系，并建立了分位点剩余寿命函数在完全数据和非完全数据情形下的统计估计。

寿命分布类在可靠性结构下的封闭性：寿命的串联、并联和表决等协同结构与叠加、混合等可靠性运算是可靠性设计与评估中频繁考虑的内容，特定寿命分布如IFR和NBU所刻画的年龄性质是否在如上所述的一些可靠性运算中得以保持在研究系统可靠性时具有十分重要的意义。自从IFR、NBU和NBUE的封闭性研究^[67]基本完成以后，相关的研究则集中于一些新引进的寿命分布类的封闭性的探讨。

寿命分布类的可靠性的上、下界估计：因为年龄性质仅仅是非参数意义下的属性表达，而且在实际应用里，随机寿命的分布函数常常难以精确解析表达，所以在这种情景下计算可靠性函数成了不可企及的。于是乎利用寿命的矩的知识来估计和界定可靠性函数变得十分必要。早先的特定寿命分布的可靠性函数的上下界的决定都比较简单，过去一段时间的工作则致力于利用有限的信息获取尽可能多的可靠性的知识^[69]。

寿命分布类基于冲击模型的导出：冲击模型可以有效地概括元件或系统工作环境里的主要风险因素，研究特定寿命分布产生的冲击模型有利于理解相应寿命性质的内涵的同时也可以帮助工程师在具体的工作环境里决定系统或元件的寿命性质。IFR和NBU等冲击模型研究在上个世纪七十年代就得以完成，随后的工作则集中于考虑更加复杂的冲击环境下寿命分布的随机行为^[75]。

寿命分布的维修策略：由于成本和技术等原因，对于一些关键的元件或设备意外失效通常都会导致十分严重的后果，因此在工程实践里许多的工作元件或系统均设计为可修理或者可替换的，这样可修系统的可靠性研究的一个重要目标就是决定好的修理和维护策略以期有效降低系统的意外失效次数。IFR和NBU在工业工程里具有广泛应用的成批更换策略和年龄更换策略中的行为率先得到了细致的研究，最小修理策略提出后，研究则围绕其他一些更加一般的寿命分布在维

修和更换策略中的随机行为，具体研究结果大都散见于运筹学和应用概率统计的学术期刊里。

寿命分布的非参数统计检验：所有上述研究工作事实上都建立在一个共同的特定寿命分布的前提之下，然而，在工程应用里，人们对于寿命分布的认识全部来自于寿命试验数据和一些工作机理，因此，如何在试验数据的基础上判定某个寿命是否的确具有一个具体的年龄性质就变得非常必要。自关于NBU年龄型的非参数检验这一里程碑工作^[76]发表后，许多统计学者投身于这一领域的研究，以至于后来形成了一个全新的学科——生存分析^[77]，当然可靠性理论中的寿命检验研究依然具有其独特的研究价值。

1. 国内研究现状

下面我们来介绍过去一段时间我国科研工作者在寿命分布类的研究方面所做的研究工作，由于自身专业知识的局限性，我们力求涵盖所有有价值的科研成果和尽可能反映我国工作者在这个领域的研究工作的全貌，如果有一些内容被遗漏，这纯属我们能力的原因，在此我们真诚地先表示歉意。

几个新的寿命分布类：寿命分布类需解决的关键问题是：使寿命分布类成为一种具有深刻理论内涵的方法，又区别对待复杂系统不同寿命阶段的可靠性行为，以方便工程应用。这一问题的困难在于将合适的数学工具引入寿命分布类研究。在无法准确确定各个元部件寿命分布，也就无法根据它们和系统结构直接计算系统可靠性指标的情况下，寿命分布类研究为系统可靠性评估提供了一种重要的技术途径。寿命分布类方法是对寿命分布的科学分类，研究特定分布类关于可靠性结构的封闭性、可靠性界等的类性质，从而获得对系统可靠性指标的估计。可靠性领域的基础性工作^[65,66]引入基于随机序比较的寿命分布类IFR、IFRA、DMRL、NBU、NBUE等；论文^[78]研究了基于调和平均的寿命分布类HNBUE。这6种经典的寿命分布类引发同行引入大量其它新的寿命分布类。但到了上个世纪八十年代，寿命分布类尽管数量多，其局限性也突显出来，要么理论约束过强或过于宽松，要么概率解释不够具体，不方便工程应用。

论文^[79]首次将具有深刻理论内涵的凸分析方法引入具有近30年研究历史的寿命分布类中，区别对待系统使用期和超出使用期的可靠性行为，提出了寿命分布类及其对偶分布类NWUC，研究NBUC关于几种基本可靠性结构的封闭性，并建立基于矩特征的可靠性函数界估计。其中一个具有重要理论意义的结论是不同寿命分布类之间具有以下包含关系： $IFR \subset NBU \subset NBUC \subset NBUE \subset HNBUE$ 。NBUC的引入拓宽了寿命分布类理论研究的范畴，引发了同行一系列后续研究。与其它寿命分布类相比，NBUC具有如下显著的工程应用优势：1) 既避免了NBU等在理论上的过强约束（比较每个时刻点的可靠度），又克服了NBUE等在理论上过于宽松（只比较平均值），从而在统计和概率方面获得更大的技术空间；2) 凸序比较弱化了对于寿命尾部的比较，克服了其它寿命分布类同等对待系统全生命期内每一时刻系统的可靠性行为。而重大工程系统更加关注其使用期内的可靠性行为，其后期则更关注更新和报废问题。随后论文^[80]研究了NBUC关于并联的封闭性并导出了其基于二阶矩的可靠性下界，建立NBUC的非参数统计检验方法。NBUC寿命分布类理论引发了国内外学者的一系列后续工作^[81]。此外，论文^[82]引入并详细研究了NBUL 寿命分布诸方面的性质，后来人们又研究了NBU(2)寿命分布关于串联的封闭性和冲击模型导出等。

寿命的年龄性质的新刻画：论文^[83]基于分散型和(或)扩散型随机序理论，利用随机变量的剩余寿命给出了似然比递增、失效率递增、平均剩余寿命递增寿命分布类及其对偶的寿命分布类的刻画。作为应用，该文也利用 n 中取 k 系统的剩余寿命对失效率递增、平均剩余寿命递增寿命分布

类及其对偶类给出了相应的刻画, 这些结果有效拓宽和加强了可靠性文献中已有的结果。

寿命的年龄性质在表决系统中的行为: 在可靠性理论中, 关联系统的剩余寿命和休止时间的研究具有很强的理论价值和现实意义。最近的几十年里, 国内外诸多研究者对此专题做了很多重要工作。论文^[84, 85]分别得到了 n 中取 k 系统的条件广义剩余寿命的双样本随机比较结果, 即元件寿命之间的失效率序能够推出它们所对应的 n 中取 k 系统条件剩余寿命之间的通常随机序; 论文^[84]也讨论了一些寿命分布类如IFR, NBU等可以用系统的剩余寿命的随机单调性来进行描述。论文^[86]有效地将上述结果从通常随机序加强到失效率序, 并且也得到了由元件寿命之间的似然比序推出它们所对应的系统广义剩余寿命之间的似然比序的结果。论文^[87]首次研究了基于独立不同分布元件的 n 中取 k 系统的随机性质; 论文^[88-90]将此研究工作进一步拓展到条件广义顺序统计量, 将一些散见于文献里的关于顺序统计量、记录值和不完全修理方面的结论统一起来。论文^[91]基于两个系统之间签名之间的序关系, 随机比较了由独立同分布元件构成的关联系统之间的剩余寿命和休止时间。

随机时间点上的剩余寿命和休止时间: 剩余寿命表示在某时刻元件依然正常工作的条件下它能够在此之后持续工作的额外时间长度, 而休止时间则表示在某时刻元件停止工作的条件下它已经停留在失效状态的持续时间长度。在某些场合所考察的时刻往往是不确定的, 这时将面对随机时刻的剩余寿命和休止时间。在经典的GI/G/1排队系统中, 令 T 表示顾客的相继到达时间间隔, S 表示顾客的逗留时间, 即表示顾客在队伍中的等待时间与服务时间之和。则服务员的空间时间可表示成 $T-S|T>S$, 就可看成是随机时刻的剩余寿命, 表示顾客在其离去时刻的剩余到达时间间隔。论文^[92]证明了: 如果两个随机时刻具有反向失效率序, 那么IFR(DFR)随机寿命在这两个随机时刻的剩余寿命具有相应的(反向)随机序关系, IMRL(DMRL)随机寿命在这两个随机时刻的平均剩余寿命具有相应的(反向)序关系。论文^[93]将上述基于平均剩余寿命的序关系加强到剩余寿命的增凸序, 同时也研究了休止时间的相应结果: 如果两个随机时刻具有失效率序, 那么DRHR(IEIT)随机寿命在这两个随机时刻的休止时间具有相应的随机序(增凸序)关系。最近的论文^[6]再次探讨了随机时间点上剩余寿命的广义IFR年龄性质的封闭性, 同时得到了指数分布时间点上剩余寿命的界。

2. 研究展望

传统的寿命分布研究建立在非参数和单变元框架之下, 有关的研究工作虽然解析结构清晰并且统计与概率意义明确, 然而却不可避免地忽略了可靠性理论中的一些重要的问题, 如元件之间的相依性, 多元年龄性质的刻画以及多元寿命相应的所有问题。这里我们试图对于未来这个领域的研究趋势给一个展望, 希望能够起到抛砖引玉的效果。

由于现代科学技术的迅猛发展, 大量复杂系统如航天飞机、高速列车和大规模武器系统等等的可靠性研究成为现代可靠性理论的重要内容, 而传统的寿命分布的可靠性理论则显得有些捉襟见肘, 总体上讲, 未来的寿命分布研究将围绕下面几个方向展开:

(1) 通过引入相依性结构函数人们可以比较方便的将多个一元寿命分布组装成一个多元寿命分布, 探讨如此构造的多元寿命分布的统计与概率行为有助于把握相依性和年龄性质的相互作用, 国际上这样的研究已经初现端倪, 如论文^[94, 95]考虑了用阿基米德copula组装具有单调年龄性质的一元寿命分布, 论文^[96, 97]探讨将二元和多元指数分布在保持相依性结构函数不变的前提下推广到具有一般的一元边际寿命分布并考察了二元NBU年龄性质。

(2) 研究正负相依性和正负年龄性质的互相转化有助于理解年龄性质产生的部分逻辑原因, 这样的工作可以让人们对过去二十年里基于数学形式所引入的多元年龄性质有一个准确的把握。另一个有利于这方面工作的就是多元随机序近来的蓬勃发展。

(3) 探讨多元寿命的相依性随年龄而动态演绎的过程则可以帮助人们更好的把握多元可靠性函数的性状, 而这一点即便是利用计算机图形技术也是难以企及的。

(三) 可靠性理论在工业中的应用

可靠性理论是一门交叉学科, 它是由故障分类学、统计学、失效物理学、环境科学和系统工程等学科的综合而发展起来的新兴学科。从学科的性质来看, 可靠性是系统工程的分支, 是研究设备和系统在设计、研制、生产和使用各阶段进行可靠性定性、定量的分析、控制、评估、增长的理论和方法, 是实现设备和系统可靠性指标与经济平衡的技术。

可靠性理论是由工程实践发展起来的。专家们在分析设备故障的基础上创造了可靠性理论, 进而创立了可靠性学科。按照理论与工程相结合的辩证关系, 要发挥可靠性理论和方法的作用, 可靠性必须与工程相结合, 正是由于可靠性理论与工程实际的结合才产生了可靠性技术。当然, 可靠性本身又是一门独立的学科, 有其自身发展的规律。可靠性是产品重要的属性之一, 航空、航天、可能、电力、交通等国民经济重要领域必须进行可靠性设计、分析和评价。

可靠性理论的历史可以追溯到 20 世纪 50 年代, 美国国防部电子设备可靠性咨询小组在充分分析了二战中武器装备的故障问题, 提出了可靠性定义, 可靠性学科应运而生^[98]。可靠性理论认为产品投入工作后, 就会出现疲劳、磨损和老化, 产品的故障过程具有一定规律, 产品的磨损、疲劳和老化会导致产品故障, 故障后会影响到任务和安全, 因此出现了基于统计分布的可靠性理论^[97]。最初的可靠性理论认为产品具有正常和故障两种状态, 统计产品的故障样本可以得到其寿命分布, 用寿命分布可以计算出产品的可靠性指标。60 年代至 70 年代, 可靠性学科在美国处于大力推广应用如日中天的时期, 相继出现了可靠性框图法、故障模式影响分析法、故障树分析法及马尔科夫故障转移链法^[98]。上个世纪七、八十年代, 随着计算机技术的飞速发展, 计算机软件可靠性研究非常活跃, 出现了许多软件可靠性模型和分析方法。在航空航天等高可靠性应用领域, 冗余技术和容错技术的发展也异常迅速, 使得采用不太可靠性的元部件构成高可靠系统成为可能^[99]。上个世纪九十年代至本世纪, 计算机网络的异军突起, 在信息通讯便捷的同时使得系统变得异常复杂, 可靠性理论研究面临新的挑战^[99]。

可靠性的理论研究面临的困难和挑战来源于以下几个方面。首先, 复杂系统性能的变化由于容错设计不再是二元状态, 除了正常和故障状态外, 还存在性能动态演变过程, 如何构建性能演变的可靠性模型和理论是准确描述其可靠性的必然要求。其次, 计算机网络系统的可靠性不仅取决于组成的硬件和软件, 还取决于网络通讯效率和资源协调能力, 如何有效描述网络通讯与网络软硬件拓扑与容错关系, 建立多维多状态可靠性数学模型仍然缺乏有力的理论和工具。再次, 嵌入式系统一改传统硬件和软件分别研究的现状, 如何有效描述嵌入式系统可靠性的关系和规律变得非常困难。另外, 高可靠长寿命系统使得其寿命可靠性评价面临挑战, 如何设计既与实际工况匹配又能够快速准确评估复杂系统的寿命与可靠性需要新的思想和理论支持。最后, 系统可靠性研究已经从传统的可靠性向可靠性、维修性、安全性、维修保障性综合评价方向发展, 因此与之相关的理论和实现方法亟待解决。

尽管在可靠性新理论和新方法方面还存在很多困难, 但工业应用对可靠性理论的进步起到了推波助澜的作用, 因此可靠性在工业中应用成为可靠性理论和方法发展的源动力。随着可靠性理论和方法的发展, 可靠性已成为复杂系统设计、研发、试验和服役过程中必不可少的学科, 特别是近年来国民经济关键系统对可靠性的需求, 使得可靠性理论与技术在航空、航天、核能、电力、交通、通信等领域得到了极大的应用和发展。

1. 国内外研究现状分析

传统的可靠性在工业应用中已非常成熟，尤其是电子产品的可靠性预计、设计、试验及评价已贯穿于国民经济关键系统中，如航空、航天、兵器、舰船、核能、电力、交通等领域。但随着国民经济安全关键系统复杂程度的不断提高，传统意义上的基于二态和数据统计的可靠性理论不再适用于动态、网络等新型系统。所面临的冗余度动态性能降级、分布式网络可靠性理论及极端工况下可靠性/寿命试验验证等已成为制约可靠性理论在工业应用中的瓶颈，其可靠性理论和方法已表现出与传统可靠性理论的迥然不同，许多专家学者已致力于这些领域理论和方法的研究，取得了一些卓有成效的成果，成为了目前可靠性在工业应用中的研究热点。

(1) 动态可靠性理论

冗余技术和容错技术在国民经济关键领域的广泛应用，使得系统的性能降级开始挑战传统非好即坏的二态可靠性理论，如何描述性能降级过程的可靠性模型，如何确定性能降级规律成为动态可靠性理论的研究热点。论文^[100]采用状态空间描述多参量性能变化，将多变量两盒概率密度引入可靠度表达公式，实现动态可靠性的描述。论文^[101]采用动态应力-强度干涉理论描述故障概率，采用极大似然方法得到参数估计，虽然有动态可靠性概念但方法仍然是传统的统计方法。论文^[102]考虑物理性能线性衰变描述故障概率密度，采用联合密度和状态空间描述动态可靠性关系，利用利卡提方程进行概率解算。论文^[103]开始针对容错控制系统进行动态可靠性研究，提出了基于仿真模板的性能退化可靠性模型，给出时变等效可靠性分析方法和基于马尔可夫更新方程的动态可靠性算法。

描述动态可靠性与传统可靠性理论的主要区别在于每个特殊的系统动态性能降级规律不同，不仅与环境 and 工况变化有关，还与其冗余配置和容错重构规律有关。同时，机械系统的损伤累积规律一般受到工作环境、承受的载荷谱及摩擦磨损理论、非线性疲劳损伤理论和老化累积理论等有关。如果仅仅采用状态参数（几何尺寸、动态性能等）随机化进行可靠性建模和评价，无法实现性能变化规律与随机概率分布有机地统一，也无法解决动态可靠性研究的瓶颈问题。

(2) 基于可靠性的多学科优化设计

传统的产品设计一直沿用安全系数法和单一学科领域设计，直到20世纪80年代人们发现复杂产品性能、结构强度、操稳性、可靠性、成本等方面常常相互影响、相互耦合，于是多学科设计优化应运而生^[104]。1991年美国航空航天学会专门成立了多学科设计优化技术委员会，1994年美国国家航空航天局正式成立了多学科设计优化分部，及时向工业界推广多学科设计优化方法，并促进工业界和高校对多学科设计优化的基础研究。之后很多高校也成立了针对多学科设计优化的研究小组，得出了一批理论成果和应用研究成果^[105]。

基于可靠性的多学科优化设计主要开展的是将一些多学科设计与概率分析设计相结合和带有多学科设计优化特征的鲁棒性设计方法的研究。目前存在的有蒙特卡罗仿真方法、最可能失效点方法等^[106]。论文^[107]研究开发了基于可靠性的多学科设计优化框架，集成了多学科设计优化和概率分析方法，系统参数如材料特性、边界条件、负载等可以用概率分布的形式来描述，通过验证表明考虑了不确定性因素设计结果更具有鲁棒性。论文^[108]针对多学科设计中的模型不确定性问题，提出了两种方法：系统不确定性分析和并行子空间不确定分析，与蒙特卡罗方法相比不仅减少了分析次数，而且证明了两种方法的准确性和效率。论文^[109]把响应面近似技术引入基于可靠性的多学科设计优化中，把可靠性约束用响应面近似来计算可靠性指数和失效概率，缩短了计算时间，提高了效率。论文^[110]也对近似技术在基于可靠性优化中的应用做过相关的研究。目前国外已出现许多多学科优化集成设计工具，如FIDO、DAKOTA、iSIGHT、CONDUIT、ModelCenter

等,对UH-60直升机、X-29验证机开展了飞行控制器设计的多学科仿真。在后来的美国国防部 DARPA 计划中,SPM的协同工程中增加了多学科设计优化技术,进一步提高了复杂产品的设计质量。美国国家航空航天局兰利研究中心开展了一系列多学科协同设计优化理论与方法研究,并提出CSSO、CO等多学科设计优化方法,应用研究主要集中在高速民用运输机和可重用发射运载器,显示了多学科设计优化具有强大的潜力和应用前景。美国通用电气公司已采用多学科设计优化技术解决了通用电气 90 涡轮发动机整机的设计优化方案问题。目前基于可靠性的学科优化设计方法还不够成熟,计算框架对于该方面的支持还不够完善,有待于进一步的研究。

(3) 计算机网络系统可靠性

计算机网络的可靠性研究始于 20 世纪 60 年代,70 年代才开始受到重视,从单纯基于图论的网络可靠性到基于性能评价的网络完成性研究,网络可靠性研究不断向深层次发展。基于图论的网络可靠性研究仅关心网络连通度,认为网络联通即网络可用,基于图论的网络可靠性测度分为网络的抗毁性和网络的生存性。论文^[111]首先提出了这两个测度指标;论文^[112]针对网络的通信实际,提出了一种 k 端网络连通度和粘聚度概念;论文^[113]提出了一种基于基于割集的的连通度和粘聚度指标。论文^[114]把全端可靠度概念原型推广为节点和链路具有一定故障概率的情况。论文^[115]提出网络完成性的概念,通过计算与分析故障容错计算机性能在不同性能级别上的概率分布,用于网络系统可靠性问题。论文^[116]将两模态流约束网络可靠性的组合路算法推广到多模态随机流网络中,论文^[117]利用最大流-最小割定理给出了多模态随机流网络的可靠性,随后随机流网络可靠性研究越来越受到人们的重视。

国内关于计算机网络的可靠性研究始于 1997 年。论文^[118]开始了计算机性能和系统可信性建模与分析研究,建立了基于图论、概率论及布尔代数的分布式系统可靠性模型,采用网络可靠性解算方法和马尔科夫过程进行了可靠度指标计算。论文^[119]研究了电信网的可靠性评价,论文^[120]研究了“野战地域通信网可靠性的评价方法”,针对野战网特殊结构给出了分层体系结构并逐层分析网络可靠性指标。论文^[121]研究了随机 Petri 网及其系统性能评价方法。2007 年,北京航空航天大学王少萍的团队针对“容错计算机网络综合可用性基本理论与分析方法”开展研究,建立起计算机网络综合可用性评价的体系结构和评价方法^[122]。

目前,计算机网络可靠性研究存在以下问题:尚未对网络的故障机理进行深入全面的分析,网络的性能可靠性评价指标较混乱,网络中的设备的固有可靠性和网络性能可靠性之间联系分析不够透彻,计算机网络流量模型不精确,计算机网络性能与可靠性的内在关系不明朗,尚未形成计算机网络综合可靠性体系结构。

(4) 故障预测与健康管理

随着安全关键系统的可用性和完好性要求的不断提高,目前复杂关键系统不仅要求在执行任务过程中保证万无一失,而且要求能够实时提供系统的健康状态,准确快速地进行故障诊断与定位,预测故障和剩余寿命,为维修人员提供辅助决策支持,动态调度维修资源,从而减少地面维护和修理的停机时间,提高武器装备的战备完好性和综合保障性。因此,故障预测与健康管理技术应运而生^[123]。以实现武器装备的“视情维修”,从而提高武器系统的任务可靠性和安全性,降低寿命周期费用。

故障预测与健康管理最早的雏形是 20 世纪 40 年代开始的产品材料疲劳更换和机构维修,40 年代到 60 年代期间形成基于定时维修的预防性维修策略。但随着飞机复杂化的提高,尤其是大量机电产品的广泛采用,到了 50 年代末,专家学者发现许多类型的故障任凭怎样增加维修次数也不能明显减缓这些故障的发生^[98]。于是 50 年代后期开始尝试在飞机关键部件上施加传感器,通过检测各种参量,如热、力、转速、振动等,实现大型复杂设备的故障检测和诊断^[124]。先后出现了飞机发动机自动测试系统和故障诊断装置、火箭发动机故障诊断专家系统和航天器发动机故障诊

断系统^[125]。20 世纪 60 年代后，以可靠性为中心的维修被提了出来，开发了机内测试系统，它是通过在系统和设备内设置了用于状态监控、故障诊断与隔离的硬件和软件和自检测装置，使得系统本身就能检查工作是否正常和确定发生故障的位置^[126]，80 年代开始服役的 F-15、F-16 和 F-18 等飞机广泛采用了机内测试技术。尽管该技术得到了广泛的应用，但常规机内测试系统还存在故障诊断时间长、诊断能力低、虚警率高、使用和保障费用高等问题，美国罗姆航空发展中心在 80 年代初率先提出运用人工智能技术来改善机内测试系统的效能，于是出现了故障预测与健康健康管理，通过引入智能推理和故障预测以提高武器系统的故障诊断能力和维修保障能力。

故障预测与健康健康管理代表了一种转变，即从传统的基于传感器的诊断转向基于智能系统的预测，从反应式的通信转向在准确时间对准确的部位进行准确维修的主动积极的活动。这一技术以装备的当前的使用状态为起点，借助各种传感器、模型和算法来监控、诊断、预测和管理系统未来任务段的状态。故障预测与健康健康管理技术的引入不是为了直接消除故障，而是为了了解和预报故障何时可能发生，或者在出现始料未及的故障时触发一种简单的维修活动，从而实现自主式保障，达到提高武器系统的任务可靠性和安全性、降低使用和保障费用的目标。尽管故障预测与健康健康管理在改善系统可靠性、维修保障性方面极具优势，但我国在该领域刚刚起步，对于高效的故障诊断算法和故障推理技术、故障预测算法及自主后勤保障等方面尚有许多问题没有突破，需要极大的投入进行攻关克难。

(5) 可靠性与寿命综合试验验证

随着国民经济关键领域系统的可靠性和寿命不断提高，采用非常规试验技术估计高可靠长寿命机电产品可靠性和寿命的需求非常迫切，于是在 20 世纪 60 年代出现了加速寿命试验技术。美国罗姆航展中心于 1967 年首次提出加速寿命试验的概念^[127]，通过加大试验应力来缩短试验周期并获得正常寿命评定。加速寿命试验的前提是不改变产品的失效机理，其核心是找到描述产品寿命与施加在产品上的应力水平之间加速模型。典型的物理加速模型有阿仑尼斯模型、艾林模型、逆幂律模型和科芬-曼森模型。对于一些难以用物理化学方法解释其失效过程的产品，可以基于失效数据统计进行模型辨识，从而得到基于统计的加速寿命试验模型，常用的统计模型有考科斯提出比例危险模型和比例优势模型。以上研究大多集中于单应力恒定应力加速寿命试验研究，为了加快失效进程专家学者开始尝试步进应力加速寿命试验。虽然步进应力加速寿命试验通过阶跃载荷大大减少试验时间，但现实情况下机电产品实施的载荷谱是任意变化的，且产品的失效进程不仅与所施加的应力载荷谱有关，而且与施加的顺序有关，于是论文^[128]提出了著名的纳尔逊原理，实现了产品损伤累积折算。在此基础上，步进应力试验统计分析方法的研究工作取得了较大进展。论文^[129]针对纳尔逊原理在分析无失效步进应力量级时存在的问题，提出了线性累积失效模型并对纳尔逊原理进行改进。为了适应施加应力的动态变化，论文^[130]提出了一种基于动态线性模型的线性贝叶斯推理方法；论文^[131]提出了一种加速寿命试验方法，该方法能够在估计值的标准差保持在一定范围内这一前提下最大程度地减小极限应力。论文^[132]对 M 型行波管进行了加速寿命试验研究，得到了 31 的加速系数；论文^[133]采用一种基于核密度和威布尔分布估计方法的可靠性函数估计方法，得到了 10 以上的加速因子，这两位学者均采用线性累积损伤理论分析和评价其加速寿命试验效果，发现其评估结果与实际运行结果存在相当的误差。

国内研究加速寿命试验始于 20 世纪 70 年代，加速寿命试验技术进入我国立即引起了统计学界与可靠性工程界的广泛兴趣，于 1981 年颁布了恒定应力加速寿命试验的 4 个国家标准^[134-137]，并成功用于航空陀螺温度恒定应力加速寿命试验中^[138]。与国外研究类似，加速寿命试验研究首先在统计分析方面出现了许多研究的成果：论文^[139]针对疲劳载荷的应力折算统计方法进行了研究；论文^[140]针对分布参数中间估计量之间的相关性对恒定应力试验分析中常用的二步估计方法进行改进，构造了两种简单线性无偏估计。以工程牵引开展的产品加速寿命试验方面，北京航空航天大学王少萍的团队开展的工作最早也最为广泛，他们最早开始对液压泵进行恒定应力加速寿

命试验研究^[141],通过摸底试验确定了加速应力和加速模型;稍后通过对故障样件的磨损微观分析,发现液压泵性能退化与变应力载荷谱施加历程有关。而后基于液压泵实际工作应力—时间历程提出了威布尔分布双应力加速模型,并对其参数估计方法进行了研究^[142]。首次提出将机电产品可靠性试验与寿命试验综合验证思想,并将遗传算法引入加速寿命试验统计分析中,后来尝试将遗传算法与电力方法结合进行加速寿命试验模型参数估计,大大提高了加速寿命试验参数估计的效率与精度^[143]。随着长期在轨卫星对长寿命谐波齿轮的需求,他们开始了民用航天项目-典型航天机电产品加速寿命试验的研究,给出了固体润滑轴承的故障机理,探讨了轮和柔轮磨损的加速寿命试验验证方法。

在实际应用中,产品一般承受多种应力、变工况,其故障演变与多场耦合、相互作用有关,呈现出详列的非线性,以上的步进、线性累积损伤累积加速寿命试验方法面临挑战。

2. 研究发展趋势与关键科学问题

可靠性在工业中应用的总体发展趋势是朝动态、非线性、网络化、多学科、非均衡布局的方向发展。一方面,冗余和容错设计突破了传统的二态可靠性理论,复杂系统的可靠性保障需要与其他学科协同才能保证;另一方面,分布式网络体系结构的广泛使用,功能可靠性必须与性能可靠性综合考虑才能描述和评价系统的可靠性本质;最后,机电产品不同于电子产品的故障模式,其故障模式和机理均与疲劳、磨损和老化有关,因此可以讲机电产品的可靠性试验与寿命试验综合设计,以确定其可靠性和寿命指标。未来的研究方向和关键问题包括:

(1) 动态性能可靠性的刻画和求解。由于容错设计方法和重构策略选择不同,其动态性能降级内在本质不同,如何准确刻画动态性能降级的可靠性模型并给出高效的解算方法非常困难。同时,将性能参数降级与参数随机化如何耦合,也是需要突破的技术难点。

(2) 基于可靠性的多学科优化设计。基于可靠性的多学科优化设计目前仅仅将可靠性作为设计后的校核环节,没有真真融入多学科优化设计。如何将几何参数和性能参数在不同学科描述,同时将随机化的参数循环迭代描述到目标函数和约束条件中,对彻底解决可靠性介入多学科优化设计至关重要。

(3) 计算机网络系统可靠性。以往的计算机网络可靠性研究还是将拓扑可靠性与业务性能可靠性割裂考虑,如何将实时数据传输与容错拓扑结构和协议打通考虑,刻画动态硬软件拓扑结构下实时数据传输的模型,寻找描述体系结构与内在业务性能的合理可靠性描述,解决复杂网络环境下系统可靠性与可用性的解算方法非常困难。

(4) 故障预测与健康管理。众所周知,基于健康状态的诊断和管理是最佳的寿命与可靠性使用方式。但根据机电产品的失效物理解析其故障发生发展过程非常困难,且实时健康管理不仅涉及到产品健康状态,而且涉及到维修保障决策系统。如何捕获各种工况下产品的失效规律,如何根据健康状态实时预测剩余寿命并进行维修保障调度是一个非常困难的课题。

(5) 可靠性与寿命综合试验验证。对于高可靠长寿命的机电产品,根据其关键失效机理如何确定其多个敏感应力、如何设计既不改变失效机理又能够加快其失效进程的加速载荷谱、如何建立变应力非线性累积的加速寿命试验模型、如何用有限的失效样本和外围有用数据提高参数估计精度,是保证可靠性与寿命综合试验验证的基础,也是该领域的技术难题。

(四) 国内排队论的进展

排队论这门学科起源于二十世纪初期人们研究电话系统的话务理论、生产线的管理、交通运输中的调度等诸多实际问题,它的理论发展得益于概率论、随机过程、数理统计、矩阵论、函数论、数理方程、泛函分析等其它数学学科的发展。现在它已发展成运筹学中一个具有自身相对完善理论基础、且研究方法独特的重要分支。当今它被人们广泛的用于工业、农业、交通、国防、

服务业等国民经济各个领域，同时人们用它来解决这些领域中的实际问题时、往往也为数学和其它学科提出新的理论研究课题。基于排队论应用的广泛性和其理论与数学等其他学科紧密相关性、国际上从事排队论理论与应用研究的学者主要分布在工学院、数学系、管理学院或商学院等。

我国排队论的研究始于上世纪五十年代，在越民义与徐光辉带领下，理论研究主要集中在排队系统的瞬时性态性质，应用研究主要是在工业中的纺织与矿山两大行业、国防中的卫星中信息处理管理等。即使是文革期间、他们以科学家的特有执著秉性，使其研究未受大的影响。1977年美国访华团对中国当时排队论研究印象深刻，认为中国排队论研究走在世界的前列。

改革开放以后、徐光辉、曹晋华和已故的王荣鑫与董泽清以忘我的工作情怀、用基础训练到科学研究两阶段训练模式、培养了一大批高校与科学院系统从事排队论与相关领域研究的中青年骨干和硕士与博士研究生。他们培训的这些人以及后来这些人培养的学生是过去改革开放三十年来国际上从事排队论研究的一支举足轻重的研究群体。

近五年来、随着国家对科技的投入越来越大、激发了更多的青年学者从事排队论理论与应用研究，极大促进排队论这一学科在我国的发展，取得很多让国际同行认可和赞赏的研究成果。下面就几个即是国际上研究热点又是我国学者做出具有较高学术价值的代表性领域、对国内学者所做的相应学术工作做一主要介绍。

1. 随机排队网络的稳定性

人们在来优化一个给定的随机排队系统，特别是从优化系统中顾客的服务规则角度来考虑问题，首先要看的就是什么样的服务规则能使系统稳定。因为使系统不稳定的服务规则无论在什么目标函数下都不会是最优的。这使得随机排队网络的稳定性研究看作是排队网络优化与设计研究的最基本问题之一。同时也是应用概率中最活跃的研究方向之一。人们对单服务台、多服务台及杰克逊网络排队系统，如果系统只服务一类顾客（既顾客的服务时间及服务后的转移状态仅依赖完成自己服务的的服务台），通过构造刻画系统的马氏过程的再生点，用再生过程的遍历性理论给出原系统的稳定性^[144]。然而，随着科技的发展，人们面临的随机排队网络往往不在是一个单类顾客的随机排队网络，而是一个具有多类顾客随机排队网络，既一个网络中的服务台通常服务多个渠道到达的顾客，每一渠道来到系统的顾客虽用同一个服务台接受服务、但所需的服务时间可能有很大的不同，同时服务完成后，其转移状态也不尽相同。这使得再来找刻画系统的马氏过程的再生点变得非常困难、有时甚至不可能。论文^[19]通过将描述系统动态的马氏过程状态空间适当划分，使得被划分的每一状态子空间上容易构造相应李雅普诺夫函数、然后将所有子空间上李雅普诺夫函数进行适当整合，得到原问题李雅普诺夫函数，由此建立原系统稳定性。

2. 随机排队网络的扩散逼近

人们在来优化一个给定的目标函数下的随机排队系统，当找出所有使系统稳定的顾客服务规则之后，需要来确定那一个使系统稳定的服务规则为最好时，需要对系统的性能指标如队长、顾客的等待时间等进行求解、分析。然而、当系统中顾客到达或服务时间服从一般分布时，系统中队长、顾客的等待时间的分布非常复杂，有时是没有解析表达式的。这样为系统的优化带来困难，需要人们发展一套有效的近似方法来求解系统中队长、顾客等待时间的分布。而扩散逼近就是一种在系统很饱和的情况下一一种有效逼近方法，这里饱和直观想象就是系统中每一服务台服务顾客的能力接近饱和，既顾客到达的速度与相应的服务台服务顾客速度之比接近1^[145]。如何建立随机排队网络的扩散逼近的难点通常是系统的队长过程、等待时间过程被表示成顾客的到达过程与服务过程的函数之后，此函数往往不具备李普希兹性，这样由顾客的到达过程与服务过程的紧性得不到系统的队长过程、等待时间过程的紧性。因此不能从概率测度弱收敛理论得到队长过程、等待时间过程的扩散逼近。最近的一篇文章[25]用随机比较的方法，通过先建立随机有界性，将队长过程、等待时间过程用他们一种等价过程表示（有相同极限意义下），而得到的等价过程的紧性较容易得到。由此解决了他们的扩散逼近问题。

3. 位相分布最小阶表示的算法分析

二十世纪七十年代,一方面随着计算机科学的发展、人们可以解决原先刻画排队系统的一些性能指标的数值计算和模拟的复杂问题,另一方面人们进行系统分析时,往往也需要得到系统的一些数值解,从而激发了人们对随机排队系统的数值解的研究热情。其中最具代表性的研究工作当属当属“GI/M/1型的矩阵几何解”^[146]和“M/G/1型的矩阵递推解”^[147]。它们的核心是位相型分布,既一个有限状态的不可约马氏过程首达时。而通常给定一个位相分布,其表示不是唯一的,既同一位相分布可以用多个不同的有限状态不可约马氏过程首达时给出。但他这套方法的有效性、数值计算时所用的时间很大程度上取决于马氏过程的状态个数。因此,寻找一个位相分布的最小位相数,也即找出状态个数为最少的不可约马氏过程使其首达时恰是该位相分布,变得非常重要。这在国际上吸引了一批优秀学者的极大研究兴趣。在过去的几十年中,国际上人们积极、努力来解决这个问题,但都未有太大进展。从2005年以来,我国学者对位相分布的最小表示上展开了深入的研究工作,论文^[148]对于一个位相分布提供了有效计算方法来确定它的最小与最大代数度。论文^[149]研究了位相分布和矩阵指数分布的双对角矩阵表示,并由此给出了位相分布的不变多包和考克斯分布表示之间的一些有用关系。论文^[150]提供了有效算法来给出了广义厄兰分布、位相分布的考克斯分布表示。

4. RG-分解及其应用

许多重要的排队系统(例如,重试排队、共享排队、流体排队、负顾客排队)都表明:它们所对应的马氏链不是GI/M/1型和M/G/1型的马氏链,而是具有一般的分块矩阵结构。于是,一般分块结构的马氏链的稳态概率计算、瞬态概率计算、首达时间计算就变成了能否研究这些重要排队系统的主要瓶颈之一。国内学者在研究一般分块结构的马氏链取得了一些关键性的理论进展。首先证明了任意一个不可约马氏链具有一个基本性质:RG-分解。而这个所构造的RG-分解对应随机游动中的维纳-霍普因子。系统地研究了各种随机模型的两类RG-分解,这包括马氏更新过程、马氏报酬过程、马氏决策过程、随机博弈、无穷(或连续)状态空间的马氏过程等等。由此使RG-分解已经成为随机模型(包括排队系统、可靠性、计算机网络、制造系统)的一个基础理论^[151]。RG-分解的重要意义在于两个方面:其一,它不同于切普曼-柯尔莫格罗夫方程组,而是建立了另外一整套新的方程组,其中的计算过程需要高斯消元法与概率分析的完美结合;其二,RG-分解支持马氏链的快速计算,为拓广GI/M/1型的矩阵几何解和M/G/1型的矩阵递推解具有实质性的理论贡献,从而使得矩阵分析方法能够处理大型复杂随机系统。其后,RG-分解已经被应用于研究拟平稳分布并给出了比较一般的理论结果^[152], GI/G/1型的马氏链的尾部分布^[153,154]。

5. 重试排队系统

重试排队系统的研究始于20世纪50年代,论文^[155]首先研究了重复呼叫时电话系统的话务理论,给出了基本的排队模型及分析。与传统排队理论中一般假设不同,重试排队系统认为顾客在服务台忙碌或由于其他原因不能得到即时服务时,不是从系统中消失,而是暂时离开系统,经过一段随机或确定的时间之后返回系统继续尝试得到服务台的服务,这些暂时离开服务区形成的虚拟顾客群称为重试顾客群,其集合或称重试空间。研究证明,这些重试顾客的存在对系统性能的影响不容忽视。对离散时间重试排队系统,论文^[156]研究了服务台具有启动失效和一般重试时间分布的离散重试可修排队模型,给出了主要排队指标和相应的可靠性问题。论文^[157]对服务员具有启动失效和二次可选择服务的离散重试排队系统进行了研究,得到了主要的排队指标。论文^[158]对有负顾客到达并使服务台失效的离散时间重试排队系统进行了系统的研究,把G-排队系统和重试排队系统结合在一起,得到了离散可修重试G-排队系统的排队指标,讨论了负顾客的到达导致服务台失效对系统的影响。排队论的大部分研究都假设在输入过程中顾客的来源是无限的,所以通常在建模的时候认为顾客到达系统是一个泊松过程或一般更新过程。但是在实际生活中,顾客的数量往往不是无穷多的,则顾客的到达不是泊松过程,甚至也不是更新过程,而是与顾客的人数、服务的能力等因素有关。这时就需要用有限源顾客到达排队系统来进行建模,即顾客总体是有限的。在有限源排队模型中,假设每一个顾客的到达过程是一个独立的泊松过程。那么从总体来看,顾客到达系统就是一个“伪随机”的过程。伪随机到达过程有一个重要的特性,就是当系统中顾客的人数增加的时候,系统外的顾客总到达率随之降低。关于有限源排队系统的

研究工作相对于无限源排队系统来说很少，特别是关于有限源重试排队系统的研究工作就更少。论文^[159]首先考虑了具有不可靠服务台的有限源重试排队系统，用离散变换方法和补充变量方法对此模型进行了概率分析，得到了系统排队指标，如队长分布和平均队长、等待时间分布和平均等待时间、忙期等。

6. 休假排队系统

休假排队系统研究起源于20世纪70年代，休假排队系统允许服务员在某些时候暂时离开系统，中断服务一段时间之后返回系统继续为顾客服务，这些暂时中断服务的时间称为休假。在实际问题中休假可以有多种多样的解释。例如，利用服务员空闲时间对服务设施进行维修、保养或能量补充；服务员在闲时去休假或从事其他辅助性的工作以提高系统的经济效益。国内对休假排队系统的研究工作主要集中在如下几个方面：各种休假策略排队模型的平稳性态分析、队长和等待时间的随机分解性质，某些休假排队模型的瞬时性态分析，可修排队系统的平稳性态和瞬时性态分析。论文^[160]研究了具有两个相异服务员的异步休假策略模型，给出了稳态队长和稳态等待时间的条件随机分解。论文^[161]研究了具有不耐烦顾客的有限等待空间的M/M/c休假排队模型，求出了系统的稳态队长和稳态等待时间的解析表达式。关于具有位相型休假GI/M/c排队模型，专著^[162]研究同步休假策略并给出了到达时刻稳态条件队长和稳态条件等待时间随机分解性质；它还研究了关于启动时间、N-策略休假和其他休假策略的多服务员排队的平稳性态和条件随机分解。

参考文献

- [1] A.K. Erlang. The theory of probabilities and telephone conversations [J]. *Nyt Tidsskrift for Matematik B*, 1909(20): 33-39.
- [2] K.J. Arrow, T.E. Harris and J. Marschak. Optimal inventory policy [J]. *Econometrica*, 1951(19): 250-272.
- [3] L.S. Shapley. Stochastic Games [J]. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1953(39): 1095-1100.
- [4] R. Howard. *Dynamic Programming and Markov Processes* [M]. Technology Press-Wiley, Cambridge, MA, 1960.
- [5] J. von Neumann. Probabilistic logics and the synthesis of reliable organisms from unreliable components [M]. *Automata Studies*, Princeton University Press, 1956.
- [6] N.L. Cai and Y.H. Zheng. Preservation of generalized ageing classes on the residual life at random time [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2012(142): 148-154.
- [7] X. Li and Z. Zhang. Some new results of Renyi entropy of residual life and inactive time [J]. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 2011(25): 237-250.
- [8] X.P. Guo and O. Hernandez-Lerma. *Continuous- Time Markov Decision Processes: Theory and Applications* [M]. Springer, Heidelberg, 2009.
- [9] T. Prieto-Rumeau and O. Hernandez-Lerma. *Selected Topics in Continuous-Time Controlled Markov Chains and Markov Games* [M]. Imperial College Press, London, 2012.
- [10] A.A. Yushkevich. Controlled Markov models with countable state and continuous time [J]. *Theory Probab. Appl.*, 1977(22): 215-7235.
- [11] M.Y. Kitaev and V.V. Rykov. *Controlled queueing systems* [J]. CRC Press, New York, 1995.
- [12] X.P. Guo, O. Hernandez-Lerma and T. Prieto-Rumeau. A survey of recent results on continuous-time Markov decision processes [J]. *TOP*, 2006(14):177-261.
- [13] X.P. Guo and X.Y. Song. Discounted continuous-time constrained Markov decision processes in Polish spaces [J]. *Ann. Appl. Probab.*, 2011(21): 2016-2049.
- [14] X.P. Guo and A. Piunovskiy. Discounted continuous-time Markov decision processes with constraints: unbounded transition and loss rates [J]. *Math. Oper. Res.*, 2011(36): 105-132.
- [15] X.P. Guo, Y.H. Huang and X.Y. Song. Linear programming and constrained average optimality for general continuous-time Markov decision processes in history-dependent policies [J]. *SIAM J. Control Optim.*, 2012(50):23-47.
- [16] D.R. Wu, Y.F. Cai, J.X. Cai, Q.L. Liu, Y.Q.Zhao, J.H. Cai, M. Zhao., Y.H. Huang, L.E.Ye, Y.B. Lu, X.P. Guo. Comparative effectiveness research on patients with acute ischemic stroke using Markov decision processes [J]. *Bmc Medical Research Methodology*, 2012(12):12-23.
- [17] A.N. Rybko and A. Stolyar. Ergodicity of stochastic processes describing the operations of open queueing networks

- [J]. Problemy Peredachi Informatsii, 1992(28): 2-26.
- [18] H. Chen and Hanqin Zhang. Stability of multiclass queueing networks under priority service disciplines [J]. *Operations Research*, 2000a(48): 26-37.
- [19] Y. Guo, E. Lefebvre, Y. Nazarathy, G. Weiss, and Hanqin Zhang. Stability of multi-class queueing networks with infinite virtual queues [J]. *Queueing Systems: Theory and Applications*, 2013(75).
- [20] H. Chen and Hanqin Zhang. Diffusion approximations for some multiclass queueing networks with FIFO service disciplines [J]. *Mathematics of Operations Research*, 2000b(25): 679-707.
- [21] J.W. Cohen. Basic problems of telephone traffic theory and the influence of repeated calls [J]. *Philips Telecommunication Review*, 1957(18): 49-100.
- [22] J. Wang, J. Cao and Q.L. Li. Reliability analysis of retrial queueing system with server breakdowns and repairs [J]. *Queueing Systems: Theory and Applications*, 2001(38): 363-380.
- [23] J. Wang and P. Zhang. A discrete-time retrial queue with negative customers and unreliable server [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2009(56): 1216-1222.
- [24] J. Wang and F. Zhang. Strategic joining in M/M/1 retrial queues [J]. *European Journal of Operational Research*, 2013(230): 76-87.
- [25] J. Huang and Hanqin Zhang. Diffusion approximations for open Jackson networks with reneging [J]. *Queueing Systems: Theory and Applications*, 2013(74): 445-476.
- [26] R.C. Merton. Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later [J]. *The American Economic Review*, 1998(88): 323-349.
- [27] R.A. Howard. *Dynamic Programming and Markov Processes* [M]. MIT Press, Cambridge, 1960.
- [28] R.A. Howard. Semi-Markovian decision processes [J]. *Bull. Inst. Internat. Statist.*, 1963(40):625–652.
- [29] W.S. Jewell. Markov-renewal programming I: Formulation, finite return models; Markov-renewal programming II: Infinite return models, example [J]. *Oper. Res.*, 1963(11): 938–971.
- [30] E.B. Dynkin and A.A. Yushkevich. *Controlled Markov Processes* [M], Springer-Verlag, 1979.
- [31] I.I. Gihman and A.V. Skorohod. *Controlled Stochastic Processes* [M]. Springer-Verlag, New York, Heidelberg Berlin, 1979.
- [32] E. Altman. *Constrained Markov Decision Processes* [M]. Chapman & Hall/CRC, 1999.
- [33] M.L. Puterman. *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming* [M]. John Wiley & Sons. Inc., New York, 1994.
- [34] L.I. Sennott. *Stochastic Dynamic Programming and the Control of Queueing Systems* [M]. Wiley, New York, 1999.
- [35] O. Hernandez-Lerma and J.B. Lasserre. *Discrete-Time Markov Control Processes* [M]. Springer-Verlag, 1996.
- [36] O. Hernandez-Lerma and J. B. Lasserre. *Further Topics in Discrete-Time Markov Control Processes* [M]. Springer-Verlag, 1999.
- [37] A. Piunovskiy. *Examples in Markov Decision Processes* [M]. Imperial College Press, 2012.
- [38] E.A. Feinberg and A. Shwartz. *Handbook of Markov Decision Processes* [M]. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [39] N. Bauerle and U. Rieder. *Markov Decision Processes with Applications to Finance* [M]. Springer, 2011.
- [40] Q.Y. Hu and W.Y. Yue. *Markov Decision Processes with Their Applications* [M]. Springer, New York, 2008.
- [41] O. Sigaud and O. Buffet. *Markov Decision Processes in Artificial Intelligence* [M]. Wiley-IST, 2010.
- [42] X.R. Cao. *Stochastic Learning and Optimization. A Sensitivity-based Approach* [M]. Springer, New York, 2007.
- [43] S. Mahadevan. *Learning Representation and Control in Markov Decision Processes* [M]. Now Publishers Inc., 2009.
- [44] G.I. Simari and S.D. Parsons. *Markov Decision Processes and the Belief-Desire-Intention Model* [M]. Springer-Verlag New York Inc., 2011.
- [45] J.Y. Zhang and X.R. Cao. Continuous-time Markov decision processes with n-th-bias optimality criteria [J]. *Automatica J. IFAC*, 2009(45): 1628–1638

- [46] Q.X. Zhu. Average optimality for continuous-time Markov decision processes with a policy iteration approach [J]. *J. Math. Anal. Appl.*, 2008(339): 691-704.
- [47] X.P. Guo. Continuous-time Markov decision processes with discounted rewards: The case of Polish spaces [J]. *Math. Oper. Res.*, 2007(32):73-87.
- [48] A. Piunovskiy and Y. Zhang. Discounted continuous-time Markov decision processes with unbounded rates: the convex analytic approach [J]. *SIAM J. Control Optim.*, 2011(49): 2032-2061.
- [49] D. Bertsekas and S. Shreve. *Stochastic Optimal Control* [M]. Academic Press, NY, 1978.
- [50] R.A. Howard. *Dynamic Probabilistic Systems: Semi-Markov and Decision Processes* [M]. Dover Publications Inc., 2007.
- [51] F. Luque-Vasquez and J.A. Minjarez-Sosa. Semi-Markov control processes with unknown holding times distribution under a discounted criterion [J]. *Math. Methods Oper. Res.*, 2005(61): 455-468.
- [52] B.Q. Yin, Y.J. Li, Y.P. Zhou, and H.S. Xi. Performance optimization of semi-Markov decision processes with discounted-cost criteria [J]. *European J. Control*, 2008(14): 213-222.
- [53] A. Jaśkiewicz. On the equivalence of two expected average cost criteria for semi-Markov control processes [J]. *Math. Oper. Res.*, 2004(29): 326–338.
- [54] D. Klabjan and D. Adelman. Existence of optimal policies for semi-Markov decision processes using duality for infinite linear programming [J]. *SIAM J. Control Optim.*, 2006(44):2104-2122.
- [55] Q.D. Wei and X.P. Guo. New average optimality conditions for semi-Markov decision processes in Borel spaces [J]. *J. Optim. Theory Appl.*, 2012(153):709-732.
- [56] J.Y. Liu and X.B. Zhao. On average reward semi-Markov decision processes with a general multichain structure [J]. *Math. Oper. Res.*, 2004(29): 339–352.
- [57] K. Liu. Weighted semi-Markov decision processes and their perturbations [J]. *Information*, 2005(8):785–800.
- [58] J.W. Mamer. Successive approximations for finite horizon semi-Markov decision processes with application to asset liquidation [J]. *Oper. Res.*, 1986(34): 638-644.
- [59] Y.H. Huang and X.P. Guo. Finite horizon semi-Markov decision processes with application to maintenance systems [J]. *European. J. Oper. Res.*, 2011(212):131-140.
- [60] M. Bouakiz and Y. Kebir. Target-level criterion in Markov decision processes [J]. *J. Optim. Theory Appl.*, 1995(86): 1-15.
- [61] D.J. White. Minimizing a threshold probability in discounted Markov decision processes [J]. *J. Math. Anal. Appl.*, 1993(173): 634-646.
- [62] J.A. Filar, D. Krass and K.W. Ross, Percentile performance criteria for limiting average Markov decision processes [J]. *IEEE Tran. A.C.*, 1995(40): 2-10.
- [63] J.A. Filar and D. Krass. Hamiltonian cycles and Markov chain [J]. *Math. O. R.*, 1994(19): 223-227.
- [64] J.A. Filar and K. Liu. Hamiltonian cycle problem and singularly perturbed decision process [J]. *Statistics, probability and game theory: Papers in honor for David Blackwell, IMS Lecture note – Monograph Series, USA*, 1996(30): 44-63.
- [65] R.E. Barlow and F. Proschan. *Mathematical Theory of Reliability* [M]. Wiley, New York, 1965.
- [66] R.E. Barlow and F. Proschan. *Statistical Theory of Reliability* [M]. Holt, Rinehart & Winston, New York, 1975.
- [67] R.E. Barlow and F. Proschan. *Statistical Theory of Reliability and Life Testing - Probability Models* [M]. To Begin With: Silver Springs, Maryland, 1985.
- [68] 曹晋华, 程侃. 可靠性数学引论, 科学出版社, 1986.
- [69] 程侃. 寿命分布类与可靠性数学理论, 科学出版社, 1999.
- [70] D. Stoyan. *Comparison Methods for Queue and Other Stochastic Models* [M]. John Wiley, 1983.
- [71] M. Shaked and J.G. Shanthikumar. *Stochastic Orders* [M]. Springer, New York, 2007.

- [72] H. Joe and F. Proschan. Percentile Residual Life Functions [J]. *Operations Research*, 1984(32): 668-678.
- [73] A.M. Franco-Pereira, R.E. Lillo and M. Shaked. The decreasing percentile residual life aging notion [J]. *Statistics*, 2012(46): 587-603.
- [74] A.M. Franco-Pereira, J. Una, R.E. Lillo and M. Shaked. The decreasing percentile residual life: properties and estimation [M]. *Stochastic Orders in Reliability and Risk In Honor of Professor Moshe Shaked* (Edited by H. Li and X. Li), Springer, New York, 2013.
- [75] T. Nakagawa. *Shock and damage models in reliability theory* [M]. Springer, New York, 2007.
- [76] M. Hollander and F. Proschan. Testing whether new better than used [J]. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1972(43):1136-1146.
- [77] J.F. Lawless. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data* [M]. 2nd edition. John Wiley and Sons, Hoboken, 2003.
- [78] B. Klefsjo. The HNBUE and HNWUE class of life distributions [J]. *Naval Research Logistics*, 1982(21): 331-344.
- [79] J. Cao and Y. Wang. The NBUC and NWUC classes of life distributions [J]. *Journal of Applied Probability*, 1991(28):473-479.
- [80] X. Li, Z. Li and B.Y. Jing. Some results about the NBUC class of life distributions [J]. *Statistics & Probability Letters*, 2000(46): 229-237.
- [81] C.D. Lai and M. Xie. *Concepts and Applications of Stochastic Aging in Reliability* [M]. *Handbook of Reliability Engineering*, Springer, 2003.
- [82] D. Yue and J. Cao. The NBUL class of life distribution and replacement policy comparisons [J]. *Naval Research Logistics*, 2001(48):578-591.
- [83] T. Hu, F. He and B.E. Khaledi. Characterizations of some aging notions by means of the dispersion-type or dilation-type variability orders [J]. *Chinese journal of Applied Probability and Statistics*, 2004(20): 66-76.
- [84] X. Li and P. Zhao. Some aging properties of the residual life of k-out-of-n systems [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2006(55): 535-541.
- [85] X. Li and P. Zhao. Stochastic comparison on general inactivity time and general residual life of k-out-of-n systems [J]. *Communications in Statistics -- Simulation and Computation*, 2008(37): 1005-1019.
- [86] B.E. Khaledi and M. Shaked. Ordering conditional residual lifetimes of coherent systems [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2006(137): 1173-1184.
- [87] P. Zhao, X. Li and N. Balakrishnan. Conditional Ordering of k-out-of-n Systems with Independent but Non-identical Components [J]. *Journal of Applied Probability*, 2008(45): 1113-1125.
- [88] T. Hu, W. Jin and B.E. Khaledi. Ordering conditional distributions of generalized order statistics [J]. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 2007(21): 401-417.
- [89] H. Xie and T. Hu. Conditional ordering of generalized order statistics revisited [J]. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 2008(22): 333-346.
- [90] P. Zhao and N. Balakrishnan. Stochastic Comparisons and Properties of Conditional Generalized Order Statistics [J]. *Journal of Statistical and Planning Inference*, 2009(139): 2920-2932.
- [91] X. Li and Z. Zhang. Some stochastic comparisons of conditional coherent systems [J]. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 2008(24): 541-549.
- [92] D. Yue and J. Cao. Some results on residual life at random time [J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*,

2000(16):435-43.

[93] X. Li and M. Zuo. Stochastic comparison of residual life and inactivity time at a random time [J]. *Stochastic Models*, 2004(20): 229-235.

[94] J. Mulero and F. Pellerey. Bivariate aging properties under Archimedean dependence structures [J]. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 2010(39): 3108-3121.

[95] F. Pellerey. On univariate and bivariate aging for dependent lifetimes with Archimedean survival copulas [J]. *Kybernetika*, 2008(44): 795-806.

[96] X. Li and F. Pellerey. Generalized Marshall – Olkin distributions and related bivariate aging properties [J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2011(102): 1399 – 1409.

[97] O'Connor and D.T. Patrick. *Practical Reliability Engineering (Fourth Ed.)* [M]. John Wiley & Sons, New York, 2002

[98] 王少萍. 工程可靠性 [M]. 北京航空航天大学出版社, 2000.

[99] Institute of Electrical and Electronics Engineers. *IEEE Standard Computer Dictionary: A Compilation of IEEE Standard Computer Glossaries* [M]. New York, 1990.

[100] H. Lu, W. Kolarok and S. Lu. Real-time performance reliability prediction [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 2001(50): 353-357.

[101] W.H. Chen, J. Cai, X.Y. Fan, X.B. Lu and P. Xiang. Reliability analysis of DOOF for Weibull distribution [J]. *Journal of Zhejiang Univ. Sci.*, 2003(4): 448-53.

[102] W. Ke, C. Ren, K. Jin and H. Lu. System performance, degradation and reliability assessment [C]. *International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 2007: 1216-1220.

[103] 陶建峰. 容错控制系统可靠性综合分析技术研究 [D]. 北京航空航天大学博士论文, 2003.

[104] J. SobieszczanskiSobieski and I. Chopra. Multidisciplinary Optimization of Aeronautical Systems [J]. *Journal of Aircraft*, 1990(27): 977-978.

[105] J. SobieszczanskiSobieski and R.T. Haftka. Multidisciplinary aerospace design optimization: survey of recent developments [J]. *Structural Optimization*, 1997(14): 1-23.

[106] T.W. Simpson, et al.. Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations [J]. *Engineering with Computers*, 2001(17): 129-150.

[107] R.H. Sues and M.A. Cesare. An innovative framework for reliability-based MDO [C]. *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, 41st, 2000 Atlanta, GA.

[108] X.P. Du and W. Chen. Collaborative reliability analysis under the framework of multidisciplinary systems design [J]. *Optimization and Engineering*, 2005(6): 63-84.

[109] H. Agarwal and J.E. Renaud. Reliability based design optimization using response surfaces in application to multidisciplinary systems [J]. *Engineering Optimization*, 2004(36): 291-311.

[110] D. Padmanabhan, et al.. Monte Carlo simulation in reliability-based optimization using approximation concepts [J]. *Fourth International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis*, 2003: 298-303.

[111] R.S. Wilkov. Analytical and design of reliable computer networks [J]. *IEEE Trans. Communication*, 1972(20): 660-678.

[112] H. Frank and T.T. Fresh. Analysis and Design of Survival Computer Networks [J]. *IEEE Trans. Communication*, 1974(18): 501-519.

[113] F. T. Boesh. Synthesis of Reliable Network-A survey [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1986(35): 240-245.

[114] H. Frank and I. Frisch. *Communication, transmission and transportation networks* [M]. Addison- Wesley, 1971.

[115] J. F. Meyer. Perormability modeling of distributed real-time systems [J]. *Mathematical Computer performance and Reliability*, 1984: 361-372.

- [116] V. Sharma. Stability of multiple access communication networks [J]. Sadhana, Academy Proc. in Engineering Sciences, India, 1990(15): 365-380.
- [117] S. Patra and R.B. Misra. Probabilistic load flow solution using method of moments [C]. 2nd International Conf. on Advances in Power System Control, Operation and Management, 1993: 7-10.
- [118] 胡华平, 金士尧, 王维, 肖晓强. 分布式实时系统的可靠性模型 [J]. 计算机学报, 1997(20): 71-76.
- [119] 丁开盛, 张学渊, 梁雄健. 电信网可靠性综合评价方法 [J]. 北京邮电大学学报, 1999(22): 65-70.
- [120] 郭伟. 野战地域通信网可靠性的评价方法 [J]. 电子学报, 2000(28): 21-27.
- [121] 林闯. 随机 Petri 网和系统性能评价 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [122] 石健. 容错计算机网络综合可用性基本理论与分析方法研究 [J]. 北京航空航天大学学报, 2007.
- [123] W. E. Hammond and W.G. Jones. Vehicle health management [M]. George C. Marshall Space Flight Center Huntsville, Alabama, AIAA 92-1477.
- [124] 张津. 民用航空发动机状态监控和故障诊断系统研究 [J]. 航空动力学报, 1994(9): 16-19.
- [125] D.M. Ghiocel and M.J. Roemer. A new probabilistic risk-based fault diagnosis procedure for gas turbine engine component [C]. 40th AIAA/ASME/AHS/ASC Structure Dynamics and Materials Conference, AIAA Non-Deterministic Approaches Forum, St. Louis, MO, AIAA-99-1572.
- [126] K.V. Pramod and R.P. Carlos. Application of information theory to sequential fault diagnosis [J]. IEEE Trans. On Computer, 1982(C-31): 164-170.
- [127] H. Chernoff. Optimal accelerated life designs for estimation [J]. Technometrics, 1962(4): 381.
- [128] W. B. Nelson. Accelerated life testing, Statistical Models, Test plans, and Data analysis [M]. John Wiley & Sons, 1990.
- [129] I.H. Khamis and J.J. Higgins. A New Model for Step-Stress Testing [J]. IEEE transaction on reliability, 1998(47): 131-134.
- [130] T.A. Mazzuchi and R. Soyer. Dynamic models for statistical inference from accelerated life tests [C]. Reliability and Maintainability Symposium, 1990. Proceedings, 67-72.
- [131] R.R. Barton. Optimal accelerated life-time plans that minimize the maximum test-stress [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1991(40): 166-172.
- [132] N. Mita. An accelerated life test method for highly reliable on-board TWT's with a coated impregnated cathode [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1994(41): 1297-1300.
- [133] C. Oh-Gone et al.. Nonparametric estimation of reliability function using the kernel density estimation method [C]. in Electronic Components and Technology Conference, 1994.
- [134] 中华人民共和国第四机械工业部. GB2689.1-81, 中华人民共和国国家标准—恒定应力寿命试验和加速寿命试验方法总则. 国家标准总局, 1981年10月.
- [135] 中华人民共和国第四机械工业部. GB2689.2-81, 中华人民共和国国家标准—寿命试验和加速寿命试验的图估计法(用于威布尔分布). 国家标准总局, 1981年10月.
- [136] 中华人民共和国第四机械工业部. GB2689.3-81, 中华人民共和国国家标准—寿命试验和加速寿命试验的简单线性无偏估计法(用于威布尔分布). 国家标准总局, 1981年10月.
- [137] 中华人民共和国第四机械工业部. GB2689.4-81, 中华人民共和国国家标准—寿命试验和加速寿命试验的最好线性无偏估计法(用于威布尔分布). 国家标准总局, 1981年10月.
- [138] 航空陀螺电机加速寿命试验与可靠性研究. 232厂加速寿命试验项目组, 北航余度技术项目组, 航空标准化与质量, No.5, 1983.
- [139] 戴树森. 恒定应力加速寿命试验的最佳线性不变估计. 应用数学学报, 1977(4).
- [140] 茆诗松, 张志华. 恒加试验中几种线性无偏估计及其比较 [J]. 应用概率统计, 1996(13): 301~311.
- [141] 王少萍. 综合应力可靠性与寿命试验统计方法研究 [J]. 航空学报, 1988(1):95-99.
- [142] 王少萍. 双应力加速模型的建立与参数估计 [J]. 航空学报, 1994(13):106~111.

- [143] 王少萍, 苑中魁, 杨光琴. 液压泵信息融合故障诊断 [J]. 中国机械工程, 2005(16):327-331.
- [144] K. Sigman. The stability of open queueing networks [J]. Stochastic Processes and their Application, 1990(35): 11-25.
- [145] H. Chen and D. Yao. Fundamentals of Queueing Networks [M]. Springer-Verlag, 2001.
- [146] M.F. Neuts. Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models--An Algorithmic Approach [M]. The Johns Hopkins University Press: Baltimore, 1981.
- [147] M.F. Neuts. Structured Stochastic Matrices of M/G/1 Type and Their Applications [M]. Marcel Dekk, New York, 1989.
- [148] M. Fackrell, Q.M. He, P. Taylor and Hanqin Zhang. The algebraic degree of phase-type distributions [J]. Journal of Applied Probability, 2010(47): 611-629.
- [149] Q.M. He and Hanqin Zhang. On matrix exponential distributions [J]. Advances in Applied Probability, 2007(39): 271-292.
- [150] Q.M. He, J. Xue and Hanqin Zhang. Algorithms for Coxianization of PH-generators [J]. INFORMS Journal on Computing, 2011(23): 153-164.
- [151] Q.L. Li. Constructive Computation in Stochastic Models with Applications: The RG-Factorizations [M]. Springer and Tsinghua Press, 2010.
- [152] Q.L. Li and Y.Q. Zhao. Beta-invariant measure for Markov chains of GI/M/1 type [J]. Stochastic Models, 2003(19): 201-233.
- [153] Q.L. Li and Y.Q. Zhao. Light-tailed asymptotics of stationary probability vectors of Markov chains of GI/G/1 type [J]. Advances in Applied Probability, 2005a(37): 1075-1093.
- [154] Q.L. Li and Y.Q. Zhao. Heavy-tailed asymptotics of stationary probability vectors of Markov chains of GI/G/1 type [J]. Advances in Applied Probability, 2005b(37): 482-509.
- [155] J.W. Cohen. Basic problems of telephone traffic theory and the influence of repeated calls [J]. Philips Telecommunication Review, 1957(18): 49-100.
- [156] J. Wang and Q. Zhao. Discrete-time Geo/G/1 retrial queue with general retrial times and starting failures [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2007a(45): 853-863.
- [157] J. Wang and Q. Zhao. A discrete-time Geo/G/1 retrial queue with starting failures and second optional service [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2007b(45).
- [158] J. Wang and P. Zhang. A discrete-time retrial queue with negative customers and unreliable server [J]. Computers & Industrial Engineering, 2009(56): 1216-1222.
- [159] J. Wang, L. Zhao and F. Zhang. Analysis of the finite source retrial queues with server breakdowns and repairs [J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2011(7), 655-676.
- [160] D. Yue, J. Yu and W. Yue. A Markovian queue with two heterogeneous servers and multiple vacations [J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2009(5): 453-465.
- [161] D. Yue and W. Yue. Analysis of M/M/c/N queueing system with balking, reneging and synchronous vacations [M]. in "Advanced in Queueing Theory and Network Applications"(Ed. By Wuyi Yue et al.), New York: Springer, 2009: 165-180.
- [162] N. Tian and Z. G. Zhang. Vacation Queueing Models: Theory and Applications [M]. New York: Springer, 2006.

执笔人：刘克

编写组（依照姓氏拼音排序）：郭先平、李效虎、王金亭、王少萍、张汉勤、朱全新

索引：随机优化、可靠性理论、马氏决策过程、排队论、寿命分布类、排队网络