

中国排序论新近进展及展望

摘要

排序是为加工若干个工作件，而对所需要的机器按时间进行分配和安排，在完成所有工作件加工时使得某个（些）目标为最优。在过去几十年里，排序论的研究发展得非常快。在本章中我们将首先简述排序论在中国的发展历史、研究进展和应用情况。然后对排序论的八个代表性研究方向分别介绍它们的发展现状和未来趋势：多代理竞争、在线排序、分批排序、多目标排序、供应链排序、加工时间可变排序、应急排序和公共交通排序。

Recent Development and Future Prospect of Scheduling Theory in China

Scheduling is the allocation of machines to them over time in order to process a collection of jobs. It is a decision-making with the goal of optimizing one or more objectives. In the past decades, the study of scheduling has been advanced quickly. This report presents a brief history and the recent developments of scheduling theory and its applications in China. Then it reviews in detail the progress and prospects of eight typical topics in scheduling theory: competitive multi-agent scheduling, on-line scheduling, batching scheduling, multi-criteria scheduling, supply chain scheduling, scheduling with variable processing times, emergency scheduling and public transit scheduling.

一、引言

排序是为加工若干个工作件，而对所需要的机器按时间进行分配和安排，在完成所有工作件加工时使得某个（些）目标为最优^[1,2]。因而，按时间分配工作件（任务）和机器（资源）是排序的一个很本质特征。工作件何时就绪，何时开始加工，何时中断加工，何时更换工作件，何时再继续加工原工作件；机器何时就绪，何时进行加工，何时空闲，何时更换机器等等，这些都是按时间进行分配和安排。

排序论的开创者之一贝克尔曾指出：“排序领域内许多早期的工作是在制造业推动下发展起来的，所以在描述排序问题时会很自然地使用制造业的术语。虽然排序问题在许多非制造业的领域内取得相当有意义的成果，但是制造业的术语仍然经常在使用。因而，往往把资源称为机器，把任务称为工作件。有时工作件可能是由几个先后次序约束相互联系着的基本任务所组成。这种基本任务称为工序。例如，对门诊病人到医疗诊所看病的排序问题也描述成为‘工作件’在‘机器’上‘加工’的过程”^[1]。排序论中的“机器”和“工作件”已经不是机器制造业中的“车床”和“车床加工的螺丝”，已经从“车床”和“螺丝”等具体事物中抽象出来，是抽象的代表性概念。排序论中的“工作件”可以是任务、非圆齿轮、计算机终端、病人、降落的飞机等，“机器”可以是完成任务所需要的人财物资源、数控机床、计算机的中央处理器、医生、机场跑道等。例如，计算机科学中并行计算机的出现，促进排序论中对并行机排序的深入研究；反过来，排序论中的并行机可以应用到计算机科学的并行计算中去，并行机排序的成果在一定程度上推动并行计算和并行计算机的发展。

第二次世界大战期间运筹学兴起，首次把运作作为研究对象。其间，研究运作的时间安排促成排序概念的建立和研究的开展。在20世纪中叶运筹学奠基时期，排序论的先驱工作已经在离散优化领域占有重要地位。此后，排序论始终保持蓬勃发展的势态。普遍认为约翰逊1954年发表的论文^[3]是经典排序的第一篇^[4]。这篇论文问世以来的60年内全世界已经发表排序文献三千余篇，其中包括排序论专著和教材50余种。国际上著名排序论专家Potts等^[5]把前50年中每十年的排序论研究概括为一个主题，这五个研究主题是组合分析、分支定界、

计算复杂性和分类、近似算法、现代排序。最近十年排序论与博弈论、行为科学交叉，排序博弈、供应链排序、手术排程等较大的发展。

20世纪60年代越民义就注意到排序问题的重要性和在理论上的难度。1963年他编写国内第一本排序论讲义。70年代初他和韩继业研究同顺序流水作业排序问题，开创了中国研究排序论的先河。1975年他们发表在“中国科学”上的著名论文“ n 个零件在 m 台机床上的加工顺序问题”指出“本文所讨论的问题属于排序问题。这一问题，根据数学处理方法的不同，实际上包含很多问题。”^[6]在他们两位的倡导和带动下国内排序论的理论研究和应用研究有了较大的发展。国内自动化学科把英文的排序译为调度始于1983年^[7]。调度有宽泛的涵义，不是数学的术语^[8]。1978年《现代汉语词典》对于调度的解释是“管理并安排(工作、人力、车辆等)”^[9]，是指对实际过程的具体操作。

在最优化理论和应用中把“排序”和“调度”视为涵义完全相同、完全可以相互替代的术语，只是它们使用的场合不同而已^[8]。在数学、运筹与管理、自动化、工业工程的范畴里“排序”和“调度”默认的涵义是指排序论研究的对象“机器排序”。除此之外，还有项目排序和数据排序；前者包括关键路线法和计划评审技术，而后者又称为整序，是更为特殊的一类安排次序问题，仅仅是一些“元素”（即“工件”）按照某种要求重新安排次序的问题，并不涉及到“机器”的因素。

如果按数学分为理论数学和应用数学，那么排序论可以分为排序的理论部分和排序的应用部分。排序的理论部分又可分为经典排序和现代排序^[10]。文献中也用新型排序^[11]来表示非经典的排序问题，也称为扩展的排序问题^[5]。因此，现代排序就是非经典的、推广的、扩展的，也就是新型的排序，是排序论学科发展史上第五个十年的研究主题^[5]。

现代排序是相对经典排序而言，其特征是突破经典排序的基本假设。经典排序的4个基本假设^[4]如下：

(1) 单资源。机器是加工工件所需要的一种资源。一台机器在任何时刻最多只能加工一个工件；一个工件在任何时刻至多在一台机器上加工。作为这个基本假设的突破，有成组批量排序、同时加工排序、不同时开工排序和资源受限排序等。

(2) 确定性。决定排序问题的一个实例的所有（输入）参数都是事先知道的和完全确定的。作为这个基本假设的突破，有可控排序、随机排序、模糊排序和在线排序等。

(3) 可运算性。我们是在可以运算和计算的程度上研究排序问题，而不去顾及诸如如何确定工件的交货期，如何购置机器和配备设备等技术上可能发生的问题。如果考虑实际应用中有关的情况和因素，就是应用排序问题。

(4) 单目标和正则性。排序的目的是使衡量排法好坏的一个一维目标函数的函数值为最小，而且这个目标函数是工件完工时间的非降函数。这就是所谓正则目标。多目标排序、准时排序和窗时排序等是这个假设的突破。

因此，上述经过推广的排序模型就构成现代排序的主要内容。当然，这些排序模型不可能包括层出不穷、不断涌现的新型排序，没有涉及到的新型排序有带有传输时间的排序和多台机器同时加工工件的排序等。

排序问题按静态和动态、确定性和非确定性可以分为4大类。论文^[12]首次提出用三参数 $\alpha|\beta|\gamma$ 来表示静态的确定性排序，其中 α 表示机器环境，例如1表示单台机器， P 、 Q 和 R 表示同型机、同类机和非同类机等三类平行机， F 、 O 和 J 表示流水作业、自由作业和异序作业等三类串联机； β 表示工件特性，例如 r_j 表示工件的就绪时间可以不相同，*on-line*表示在线排序，*pmtn*表示加工可以中断； γ 表示优化的目标，例如 C_{\max} 表示最大完工时间， $\sum C_j$ 表示总完工时间， $\sum w_j C_j$ 表示带权总完工时间。例如： $Pm|pmtn, r_j|\sum C_j$ 表示 m 台同型机、工件的就绪时间可以不相同、加工可以中断、优化的目标是使总完工时间为最小的排序问题。

二、国内排序论发展概况与展望

1990年在上海召开全国第一次排序论学术交流会，会议期间成立的中国运筹学会排序分会（专业委员会）挂靠在上海第二工业大学。之后，又先后在华中科技大学（1993年）、郑州大学（1996年）、中南大学（1999年）、沈阳师范大学（2002年）、上海第二工业大学（2005年）和暨南大学（2009年）召开第二次到第七次学术交流会，并计划今年10月在南开大学召开中国运筹学会排序分会第八次代表会议暨2013年学术交流年会。二十多年来排序分会开展

学术交流, 举办研讨班; 推广国际上采用的三参数表示, 推动排序论研究的正规化, 以利与国际研究水平相比较; 修订《英汉排序论词汇》, 促进排序论术语统一。《英汉排序论词汇(2013年6月版)》已经刊登在文献^[13]中。科学用词, 不但需要两国(中文和英文)文字的扎实基础, 更需要对于其在排序论学术内涵和外延上的准确理解, 还要考虑到使用的习惯和方便, 同时需要不断地改进和修改^[13,14]。

国内许多院校在数学系、管理系、工业工程系对研究生开设排序论课程, 除了上述院校外, 武汉科技大学、曲阜师范大学、华东理工大学、东北大学、浙江大学、清华大学、上海交通大学、南京工业大学、上海交通大学、西安交通大学、华东师范大学、杭州电子科技大学、常州工学院、鲁东大学、台州学院、华北电力大学、沈阳化工大学、华南农业大学、苏州大学等院校都在开展排序论的理论研究和应用研究。

近五年来国内排序论研究有很大的进展, 有3个代表性成果涉及四篇论文^[15-18]在综合报告中已经介绍。另据不完全统计在国内外学术期刊上刊登论文300多篇。除了在后面介绍的8个在国际上有影响的研究热点之外, 还在12个方向上有成果。

(1) 对于就绪时间与交货期相一致的使误工工件个数最少的误工排序问题, 2010年举出反例表明1978年给出时间 $O(n^2)$ 算法的最优性证明有误^[17], 2012年给出修正的证明^[19];

(2) 机器在中断或者维护后再加工可以分成重复和继续两种情况。在信息不完全情况下中断后必须重复加工的随机排序, 2009年给出其最优动态策略^[15];

(3) 对于考虑维护时段总完工时间的确定性平行机排序, 2011年得到经典算法SPT的最坏情况界^[20];

(4) 对于工件在机器加工次序不指定的自由作业, 2008年把稠密时间表推广到工件带有不同就绪时间的情形^[21]; 2012年引入机器空闲函数和工件加工函数, 证明机器数不超过8台时性能比猜想成立^[22];

(5) 线性规划的对偶理论是线性规划发展的重要里程碑, 对偶排序的提出可能会为排序论研究提供新的思路^[23];

(6) 渐近性能分析用于衡量大规模问题算法的性能, 即研究问题规模趋近于无穷大时, 算法的目标函数值与离线环境下的最优值之间的接近程度。对自由作业排序问题, 2010年提出基于SPT规则的最短加工时间分块启发式, 并证明该启发式的渐近最优性^[24]; 2013年研究稠密时间表的渐近最优性, 并提出在线启发式算法^[25];

(7) 对于半导体芯片、信号处理、印刷电路板、石化产品、桥梁建造等出现可重入生产, 研究流水作业总完工时间的可重入排序问题^[26];

(8) 排序博弈是排序论与博弈论的交叉, 是从优化的角度分析排序论中的博弈问题, 也是从博弈的观点研究排序问题^[27]。依据排序问题中参与博弈的局中人是工件或者是机器, 排序博弈分成工件(排序)博弈和机器(排序)博弈; 并依据工件是作为独立的局中人或者部分工件属于某个代理由代理作为局中人, 工件排序博弈又分为工件博弈和代理博弈两种^[27]。论文^[28,29]是最近发表机器排序博弈的成果;

(9) 排序论的应用越来越受到关注, 2012年科研项目“运筹学在手术排程中的应用”建立排序论模型安排手术次序, 获得中国运筹学会第五届运筹学应用奖二等奖^[30];

(10) 对于组合拍卖机制应用于分布式机器排序, 论文^[31]设计多自主主体调度机制, 采用提高出价或放宽对时间需求的约束参与下一回合的竞标;

(11) 论文^[32,33]研究资源限制的项目排序, 从工序网络入手, 研究工序网络的结构特性, 从“路长”而非“时间”的角度研究工序机动时间的特性, 研究平行工序的顺序优化, 得到平行工序顺序优化的规律, 设计相应的优化算法;

(12) 论文^[34,35]把工艺规划和调度集成起来研究。

展望今后五年排序论的发展趋势, 除了在后面8个研究热点提及之外, 还可能在以下四个方面。1) 能量感知排序。目前处理器已经多核化, 可以调整频率, 因而可以研究处理的速度在满足性能的前提下能量消耗最小的排序, 研究利用这些轻量级的设备设计快速排序算法; 2) 研究工件输入的信息可能不真实或者是某些团体能操纵的排序算法; 3) 网络排序。把排序和路线问题结合起来, 工件分布在一个网络中, 机器为了加工这些工件需要在网络中移动; 尤其是要研究在线的情形; 4) 算法评价。离线算法和在线算法往往采用性能比和竞争比来衡量算法的优劣, 研究的是最坏情况的形态, 是悲观的衡量标准。研究其它的性能度量是非常有意义的工作。例如, 资源扩展方法允许在线算法比离线算法获得更多或者更快的

资源的前提下的竞争比分析，弥补在线算法与离线算法之间的信息过大差异。

三、排序论主要方向的研究热点

(一) 多代理竞争排序

多代理竞争排序是多目标排序的扩展和延伸，本质上是为一种工件排序博弈，称为代理博弈^[27]。在多代理竞争排序中工件分为多类，每类由一个代理负责，这些代理竞争公共的机器资源用以加工其负责的工件。一个代理负责的工件在加工时的约束、目标函数等可以与其它代理不同。与多目标排序类似，多代理竞争排序优化的目标有三类：1) 约束优化，亦即在一些代理的目标不超过给定范围的情况下，优化其他的代理的目标函数；2) 寻求所有代理的目标函数的帕累托解；3) 使得各个代理的目标函数的带权之和为最优。

1. 近年来取得的代表性成果

多代理排序的研究始于 2003 年。论文^[16]提出多代理竞争排序的一般框架，使得经典排序中两个重要问题：重新排序问题和可用性约束下的排序问题成为该框架下的子问题，从而在一般意义下解决了这两个重要问题。同时，对该框架下的多类排序模型给出多项式时间的算法或者 NP-难的证明；对其中的一个悬而未决的问题给出 NP-难的证明，给出问题的否定回答。

论文^[36]研究工件加工时间可控情况下的两个代理竞争的排序模型。两个代理共享机器资源，其中一个代理的若干工件的加工时间是线性费用可控的。对于一般形式下的问题，该文献证明大部分问题是 NP-难的，并对其余问题以及 NP-难问题的若干重要特例给出有效的算法。

论文^[37]考虑单机上的多代理排序问题，证明即使存在工件先后约束条件，对于可行性问题，仍旧是多项式可解的。对于使最大值函数最小的问题一般是强 NP-难的，但是代理的数目确定，则存在拟多项式时间算法。它还给出几个可以多项式求解的问题特例。论文^[38]研究单机上的两代理排序问题，其中第一代理目标函数为最大带权完工时间，第二代理目标函数为带权总完工时间，证明问题是 NP-难的，提出一个 2-近似算法，并对第一代理的工件数固定的特例，给出多项式算法。

论文^[39]研究单机上的双代理排序问题，其中工件的加工时间随开工时间线性增长，考虑不同的目标函数，研究最优解性质，并给出若干多项式时间算法。

论文^[40-42]以精炼过程后的连铸和模铸排序为背景，研究两个代理的恶化工件在共同的单机上竞争加工的排序问题，并分别把恶化工件、成组、学习效应与多代理排序模型相结合。论文^[40]研究两个代理的工件同时具有简单线性恶化加工时间的单机排序问题，对满足 B-代理的最大费用约束下最小化 A-代理的总完工时间和满足 B-代理的最大完工时间约束下最小化 A-代理的最大延迟两个排序问题，提出最优解性质，基于这些最优解性质提出确定两个目标问题的最优排序。论文^[41]研究恶化工件和成组技术加工的两个代理单机排序问题，两个代理的工件加工时间和每组开始的调整时间都是开始加工时间的线性函数，一类是简单线性增加恶化函数，一类是线性增加的恶化函数，对于两类不同的线性恶化函数，对目标函数满足 B-代理的最大费用约束下最小化 A-代理的总完工时间问题，提出最优解性质，基于这些最优解性质提出两类不同问题的多项式时间最优算法。论文^[42]研究工件加工时间与加工位置有关的两个代理单机排序问题，其中工件的加工时间一类是加工位置增加的线性函数，一类是加工位置减少的线性函数，对于两类不同的加工时间，对目标函数满足 B-代理的最大费用约束下最小化 A-代理的总完工时间问题，提出最优解性质，基于这些最优解性质提出两类不同问题的多项式时间最优算法。

2. 未来发展趋势

多代理竞争排序问题已经有不少研究成果，但对于复杂机器环境则几乎没有涉及；目前的研究大多停留在问题的复杂性研究上，对于 NP-难的问题的有效算法的研究尚嫌不足。进一步分析问题的最坏情况，利用问题的结构性质设计近似算法，并分析算法的性能是未来研

究的一个重要方向。

现实世界中，大量的问题涉及多代理竞争排序，特别是在互联网和供应链管理中。如何在计算环境或管理实践中提炼有意义的多代理竞争排序模型并研究其最优算法或近似算法，是具有重大理论和实践意义的研究方向。

（二）在线排序

经典排序是假设排序问题一个实例的所有信息，包括工件的个数、就绪时间、加工时间等在开始排序前都是事先知道的，这种情况我们称为是离线的。然而在现实生活中许多情况并非如此，而是在所有信息知道之前就必须进行排序，这种情况称为在线排序。在线排序问题在企业生产、服务计算、运营管理、中央处理器调度、云计算中资源分配等很多的领域有广泛的应用。在理论计算机领域以及最近出现的云计算，都需要对现有任务安排相应的资源，尤其在互联网应用中，后续任务的信息往往不可获知，且需要对当前任务的安排做出快速的反馈。多数的离线排序问题都有相对应的在线排序模型，因此在线排序问题的理论与应用研究备受大家重视。

在线排序研究的主要困难和挑战来源于信息的匮乏。在线排序中，由于后续信息是未知的，在算法性能的衡量上又需要考虑全局的利益，因此，如何预测后续工件的信息，并在安排当前工件时预留一部分的资源以适用于后续工件显得非常重要和具有挑战性。另外一个困难在于排序问题的离散性。面对一些新的问题，已有的算法设计技巧或者方法需要发展，需要针对具体问题进行分析。尽管存在多种困难，在线排序由于接近实际应用问题而被广泛采用。

在线排序的模型较多，划分的依据在于问题的哪些参数是在线的。根据工件的到达顺序，在线排序模型可以分为列表在线，工件按照释放时间实时到达，工件按先后序到达。根据工件的完工时间是否事先获知，可分为未卜先知和非未卜先知两种类型。在线排序的历史可以追溯到上世纪 60 年代，格雷厄姆等人研究了在线平行机排序使最大的完工时间为最小。这是在线排序的最基本模型。评价一个算法的优劣往往采用竞争比，即在最坏情况下的在线算法解与离线最优解之间的比值。

1. 国内外在线排序的主要研究进展

实时在线排序。该方向主要研究未卜先知型的在线排序。每个工件有一个就绪时间和加工时间。工件是实时到达的，事先不知道工件的任何信息，但工件一旦到达，工件所有的信息都是透明的。上世纪末已有奠基的工作。论文^[43,44]研究带配送时间的批处理机在线排序问题，论文^[45]研究单机和平行机上目标函数为完工时间和的在线排序问题，论文^[46]研究可拒绝加工的在线排序问题。实时在线排序的另外一个重要分支是与能量相关的在线排序。在计算机应用中，工件的排序产生一定的能耗。排序的关键之处需要解决能量的消耗以及温度的平衡。在能量排序中，机器的速度可以调整，不同的速度消耗不同的能量。目前研究的内容主要有给定能量的前提下优化某些排序目标，或者是限定某些目标最小化能耗，机器控制在某个温度范围内的排序等。

半在线排序。离线排序事先知道需要加工工件的所有信息。在线排序决定当前工件的加工时对其后面就绪的工件的信息一无所知，并且一旦决定工件的安排后就不允许改变。实际问题中这两个特点可能不同时满足，这种介于在线和离线之间的模型称为半在线的。半在线排序或者在排序之前不知道所有的信息，但是知道后面就绪的工件的部分信息；或者允许改变工件加工次序或允许重新安排此前已经决策的工件。论文^[47]研究工件按加工时间非增序到达的订单半在线排序，给出列表算法性能比的紧界。酒店客房预约、看病就诊预约、机场或港口码头提取货物预约等都是订单半在线排序问题。这类问题的特点在于预约过程是在线的，预约对象的到达时间可以不同，并且先预约的对象不一定先到达。

随机在线排序。论文^[48]研究同类机的随机在线模型。

在线路线排序问题。这是研究排序与路线问题叠加的排序问题^[49]，工件分布在网络上，机器要在动态中最优完成加工，既要考虑排序，要考虑最优路线。

机器或工件分等级的在线排序研究。这时每个工件对应一个可以加工这个工件的机器集合，每台机器对应一个其可以加工的工件集合。论文^[50,51]以银行等服务行业为背景提出在线

服务排序, 具有两类顾客(普通顾客和特殊顾客)和两类服务设备(普通设备和柔性设备), 普通顾客可以被所有设备服务, 而特殊顾客只能被柔性设备服务, 并讨论三类常用服务策略: 带有优先级的服务策略、不带优先级的服务策略和混合策略, 还通过分析在线算法的竞争比, 对服务策略进行评价。论文^[52,53]研究具有两个等级的同型机在线排序。论文^[52]证明问题的下界至少是 2, 给出竞争比为 2.522 的在线算法; 论文^[53]改进算法, 并利用矩阵性质把竞争比改进到 2.333。论文^[54]研究带等级的同类机在线排序, 首次给出两台机的最优算法。论文^[55]研究带多个等级的同型机在线排序, 给出基于线性规划的在线算法和基于非线性规划的下界构造, 并证明两个规划的最优值分别是工件可分割情形的竞争比和问题下界, 以及不可分割情形的算法竞争比与该数值相差至多不超过 1。论文^[56]研究两个等级的同型机、工件最大完工时间为最小的在线排序, 给出在线算法和竞争比分析, 并且证明在某些情况下, 这个算法是最好可能的。对两个等级的同类机、机器最小完工时间为最大的在线排序问题, 证明不存在竞争比有界的在线算法; 对工件可分割的情形设计最好可能的在线算法, 并对工件总的加工时间已知的半在线排序问题, 给出最好的半在线算法。

多机器加工工件的在线排序。经典排序中的工件在任何时刻至多在一台机器上加工。在通信网络、大规模计算、生物计算、网络安全、信号处理、网络包处理、生物特征识别、图形处理、移动游戏、服务器组件和机器人学习等问题中会出现一个工件需要多台机器同时加工的情况。这类排序是计算并行化的基础问题和重要组成部分, 有着及其广泛的应用, 其与经典排序不同之处在于要研究工件和机器之间的几何结构, 从而增加排序的难度。论文^[57]改进 6.99 的竞争比算法, 得到竞争比为 6.6623。论文^[58]把研究的问题扩展到集群上的多机器加工工件排序, 给出相关的确定性和随机在线算法, 并研究异构集群的多机器加工工件的在线排序。

2. 未来发展趋势

在线排序来源于问题驱动, 研究实际应用中信息的不完整和动态性, 但目前大多数的在线算法都是近似算法, 其竞争比较大。由于实际应用往往不关心最坏情况下的性能评价, 因此, 把在线算法与实际应用更加紧密结合是今后的发展趋势。

(三) 分批排序

分批排序, 又称为同时加工排序, 产生于上世纪 90 年代大规模的现代化生产流水作业线, 并很快被应用到航空工业、钢铁铸造、冶金、电镀甚至制鞋业等许多领域。半导体生产流水作业线, 确切地说, 集成电路芯片生产流水作业线是分批排序应用最广泛、最深刻的一个领域。集成电路芯片的生产分为四个阶段: 晶片生产、晶片探测、装配和测试, 每一个阶段都有分批排序的应用。分批排序主要有三种模型: 批加工时间为该批中最大工件加工时间的并行批, 批加工时间为该批中工件加工时间之和的串行批及批加工时间为常数的模型。常见的分批模型是并行批排序模型, 默认的分批排序模型是指并行批排序模型。并行批排序模型源于芯片测试, 所谓芯片测试就是把芯片放入烤箱烘烤, 每个芯片都有一个预定的烘烤时间, 经受住一段时间烘烤的芯片才被视作合格产品。烤箱有一个固定的容量 B , 并假设每个芯片的体积为 1, 至多有 B 个芯片可以作为一批放在烤箱内同时烘烤, 烘烤过程不允许中断。每个芯片预定的烘烤时间可能不同, 为了保证质量, 同一烤箱内芯片的实际烘烤时间为其中预定时间最长的。相对其它测试过程, 烘烤的用时很长(大约是 120 分钟, 其它过程大约 5 分钟), 从而成为芯片生产流程的瓶颈。随着半导体工业的飞速发展, 竞争不断加剧, 如何有效地利用组合优化工具, 提出分批排序问题的好算法以缩短产品的生产流程, 提高生产效率, 无疑具有重大意义。

1. 近年来的代表性成果

论文^[59]是国内较早研究分批排序问题的论文, 研究具有安装费用的分批排序。论文^[60]是分批排序的综述。论文^[61]把只有两个不同就绪时间的情况本质性地推广到任意多个就绪时间的情形, 在一般情况下提出拟多项式时间算法和任意近似的多项式时间近似方案。论文^[62]对有权重的分批排序问题进行研究, 在就绪时间不同的情况证明问题是 NP-难的, 并给出近似算法。论文^[63]对工件有体积的情形进行研究; 在研究分批排序问题的复杂性时, 论文^[64]

提出工件的“复制法”，较容易证明问题的 NP-难解性。论文^[65]研究非同类机分批排序问题，优化的目标是总完工时间，对 $p_{ij}=p_{ik}$ ($i=1,\dots,m; 1\leq j\neq k\leq n$) 一致性条件下容量无限的情况，设计多项式时间动态规划算法；对容量有限的 $p_{ij}=p_i$ ($i=1,\dots,m; j=1,\dots,n$) 情形，当工件不允许拒绝时，对优化目标是带权总完工时间的情况，给出最优算法；当工件允许拒绝时，对优化目标是接受工件的带权完工时间和拒绝工件的拒绝费用之和的情况，设计拟多项式时间算法。论文^[66]证明线性恶化工件、容量无限、目标为最大延迟的单机分批问题是 NP-难的，并给出工件就绪时间和交货期一致情形下最优解的性质。论文^[67]对工件允许拒绝的情形进行研究。

2. 未来发展趋势

分批排序问题是九十年代初开始研究的排序问题，平行机和在线模型中还有大量未解决的问题，对工件允许外包的模型的研究才刚刚开始，半在线模型较少有人考虑。随着经济发展、信息技术进步以及供应链管理的高标准要求，不仅在制造业中有大量的分批排序问题，在配送过程中，为了提高效率，减少费用，许多问题都可以转化成分批排序问题，这个方向研究前途也比较广阔。

(四) 多目标排序

多个目标的排序问题称为多目标排序。实际应用中的许多问题都需要考虑多个指标，并且这些指标往往是相互冲突和相互影响的。作为一种多目标决策问题，多目标排序在经济管理、工业工程、企业生产、信息处理和军事等领域起着越来越重要的作用。

由于多个目标是相互冲突的，一般不存在使多个目标同时达到最优的排序。往往对一个目标最优的排序，相对于其它目标而言不是最优的，有时甚至会很差。所以，多目标排序不再如求解单目标排序问题那样简单。在设计多目标排序的方案时需要考虑更多的因素，这就增加求解多目标排序问题的难度。由于多目标排序更能够反映实际应用问题本质规律而被广泛采用。因此，研究多目标排序是排序论中一项重要而又富有挑战性的工作。

按照目标函数，多目标排序问题可分为三类。第一类是分层多目标排序问题，目的是寻找约束解和多重解：对两个目标来讲，如果是在第 1 个目标满足一定的约束条件下，使第 2 个目标为最优，这样得到的解称为约束解；如果是在第 1 个目标为最优的条件下，使第 2 个目标为最优，这样得到的解称为多重解。第二类是同级多目标排序问题，目的是求得所有帕累托解，又称为非支配解。并对任意一个帕累托解给出其相应的帕累托排序。这类多目标排序可以简称为折衷排序。第三类是组合多目标排序问题，是利用构造权函数的方法把多目标排序转化为单目标排序。这种方法得到的多目标排序的解称为权函数解。

多目标排序最早可追踪到上世纪 50 年代。90 年代经典多目标排序得到系统的研究，大部分问题的复杂性得到解决。现在多目标排序从最初简单的单机模型已经发展到复杂的多台机器模型；从经典的排序模型，到工件时间可控、批处理、准时、重新排序、工件可拒绝和多代理等现代排序模型^[68]。

1. 近年代表性成果

国内在多目标排序方面的研究始于上世纪 90 年代，主要集中在经典多目标排序。近年来多目标排序主要成果，除了前面已经介绍过的多代理竞争排序之外，还在以下三个方面。

批加工多目标排序主要是对两个目标函数。论文^[69]研究单台串行批处理机上优化最大完工时间和总完工时间的折衷排序，给出确定全部帕累托点的多项式时间算法。对于并行批处理的多目标排序，当 $b < n$ 时，论文^[70]研究问题 γC_{\max} 的多重解，当第二目标函数为 $\sum C_j$ ，并且 b 是常数时，给出该问题多项式算法；当第二个目标函数是 $(\sum w_j U_j) \sum U_j$ 时，证明该问题是 (强) NP-难。对于 $b = n$ ，论文^[71]研究问题 γC_{\max} 的多重解，特别的，当第二目标函数是带权总完工时间时，证明该问题是普通 NP 难，并且给出一个完全多项式时间近似方案算法。至今，对于 $b = n$ ，带权总流程和最大完工时间的第一类批处理多目标排序问题的复杂性仍然未解决。

重新排序是指对于已排好顺序的最小化排序问题，当一个新的工件集到来时，决策者需要插入这些新工件到原来的顺序中，使得既满足不过分打乱原始工件顺序的条件下，又使得新的目标值为最优。

工件可拒绝多目标排序主要针对机器加工能力限制,或客户需求等限制,任何工件支付一定费用后允许拒绝加工的排序问题。论文^[72]研究使最大接受工件完工时间和总拒绝费用之和最小的第三类单机多目标排序问题,这里工件有不同的就绪时间。证明该问题是普通NP-难的,并给出一个2近似算法和一个完全多项式时间近似方案。

2. 未来发展趋势

复杂性未解决的多目标排序问题,今后仍然会吸引专家学者去攻克。这其中包括复杂性未解的经典多目标排序:最大延误和误工数的第一类多目标排序。多目标排序的发展趋势,一是构建更加体现实际生产和管理需要的新模型;二是研究多目标排序的启发式算法和近似算法等。主要的研究方向包括:1)同时优化多个目标的NP-难排序问题的近似算法;2)双目标NP-难排序问题的权衡近似算法;3)多个瓶颈指标在不同机器环境下的全部帕累托点的多项式时间算法;4)两个目标的帕累托点的多项式时间算法;5)在允许中断、工件可分或工件可压缩假设下的双目标排序问题;6)在线多目标排序的权衡竞争比研究等。

(五) 供应链排序

在许多制造业中,原料需要运输到工厂进行加工,在制品的进一步加工需要从一道工序运输到另一道工序,加工完的成品需要运输到各自的客户,这些运输都对生产产生一定的影响。传统的排序模型大多集中在机器环境、生产特征及约束的优化上面,没有考虑运输对生产排序的影响。合理进行生产与运输协调排序,有利于生产工序之间的物料紧凑衔接、减少中间等待时间,提高在制品在企业的流转效率,降低库存水平,从而降低能耗、提高大型装置的设备利用率,达到降低生产和物流的综合成本、提高客户满意度和企业竞争力的目的。因此越来越多的生产者和管理者认识到,合理的生产排序与运输的协调是保证企业生产的连续性和稳定性的前提,对提高经济效益有着极其重要的作用。

利用运输所处的不同位置,可以把生产与运输的协调排序问题分为三类:1)生产前运输,或生产前后两阶段运输,即需要进一步加工的工件运输到机器上进行生产,或者同时考虑加工完成后的成品再运输到指定区域,记为“运输—生产(—运输)”;2)工件在两道生产工序间的运输,即一个工件在一道工序完成后需要运送到下一道工序进一步加工,记为“生产—运输—生产”;3)成品运输,即工件所需工序生产完成之后运送到相应的客户,记为“生产—运输—客户”。

1. 国内外生产与运输协调排序的主要成果

运输—生产—运输 论文^[73]从钢锭在均热炉加热的前后生产过程提炼出批加工机器上生产与生产前后两阶段运输的协调排序问题,把批加工机器与半成品和成品运输同时结合;论文^[74]从钢锭的运输以及均热的过程受到启发,提炼出多台车生产前运输与批加工机器生产的协调排序问题。

生产—运输—生产 论文^[75]也研究两台机器流水作业生产与生产间运输的协调排序。他们在模型中既考虑两台机器间运输工具的数量和运输工具的运输能力,又考虑工件的运输时间,给出问题的多项式时间算法或者复杂性分析。也有论文研究带有运输时间的两台机器的自由作业排序问题,针对不同特征的运输问题给出一些复杂性分析结果。论文^[76]从炼钢生产中提炼出两类生产间运输问题,一类为转炉生产与精炼生产之间存在一台能力为一的车辆进行运输,另一类为转炉生产阶段具有多台平行机,每台平行机由一台能力为1的车辆把工件运输到精炼车间进行精炼加工。论文^[77]以钢铁企业中钢锭的均热和初轧为背景,研究在两阶段流水作业生产环境下带有阻滞和运输时间延迟考虑的排序问题。工件首先在批加工机器上进行加工,加工完成的工件要由台车运输到下游单机上进一步加工,批加工机器和单机构成两阶段流水作业生产环境,只有当下游单机可利用时,批加工机器上加工完成的工件才能开始运输到单机上,从批加工机器上每运输一个批到单机上都需要考虑一个运输时间。论文^[78]研究两台流水作业机器的生产与运输问题,两台机器之间存在一辆具有空间限制的车辆运输工件,每个工件所占的空间大小不同。论文^[79]研究第一台为批加工机器而第二台为单机,而且机器间带运输的两机流水作业排序问题。论文^[80]从钢铁企业钢锭的模铸和均热过程中提炼出考虑运输的两机流水作业排序问题,其中第一台机器是单机而第二台机器是批

加工机器，两台机器间存在一个运输车辆。

生产—运输—客户 对于不考虑运输费用的问题，论文^[75]分别在单机、平行机、流水作业情形研究生产以及成品运输协调问题。模型中既考虑运输时间又考虑运输能力的限制，假设所有工件都属于同一个客户，一个车可以循环利用。

2. 生产与运输协调排序问题未来研究方向

生产与运输协调中生产环境的变化。在生产和运输的研究现状中，生产环境主要是关于单机、并行机、流水作业等，这些机器一次只能加工一个工件。而目前所研究的生产运输协调排序问题涉及到批加工机器的生产与运输的协调。批加工机器的排序增加问题的复杂度，很多生产运输排序问题的结论不再适用。同样，现有的批加工机器的排序理论中没有运输的考虑，这些只考虑生产的理论也不适用于生产和运输的协调。因此，在批加工机器生产的运输问题是一类新型的排序问题，既丰富生产运输排序理论，也丰富批加工机器的排序理论。此外，其它的生产环境将成为生产与运输协调排序问题继续研究的热点之一。

考虑机器启动费用、运输费用、空载惩罚等。传统的批加工机器排序并不考虑生产费用，也不研究机器的使用率，大多数目标函数都以常规的性能准则为主。目前，在生产与运输协调排序问题中目标函数既考虑常规的时间性能准则，又考虑机器的启动费用、机器的利用率、运输费用以及空载惩罚等多目标，是研究运输与生产协调的另一个趋势。这样的多目标既考虑生产效率，又以节能降耗为前提。

与运输时间相关的带有恶化特征考虑的生产运输问题。在现有的生产运输排序研究中，工件的加工时间、运输时间都是确定的，而现有的恶化排序问题中并没有运输的考虑。因此既考虑恶化又考虑运输的生产排序问题，尤其是与传统恶化特征不同，与运输时间相关的带有恶化考虑的生产运输问题也是现有的生产排序理论中所没有研究的，也是一种新型的排序问题。

特殊运输工具。由于运输工具的种类有很多种，所以对于一些特殊类型的运输工具不仅要考虑它的运输能力，同时也要考虑它的稳定性等一些特殊性质，以及所装载货物的形状大小等因素。

多阶段运输。在复杂的供应链系统中，往往遇到多阶段运输，使问题变得更加复杂而接近实际。

不确定因素。目前所研究的运输供应链排序问题大多数考虑的是在确定的因素下，而对于不确定的情况很少研究。在实际运输供应链排序中，由于订单等一些不确定因素的存在可能使问题变得更加复杂，因此结合实际情况，研究具有不确定型运输供应链排序问题的模型、复杂性、算法等，也是今后研究的方向。

（六）加工时间可变的排序

经典排序中工件的参数是固定不变的。现实生活中的排序问题，工件在机器上的加工除了机器之外往往还需要人工、资金等其他资源，或者工件的加工时间与加工位置和开工时间有关，使得加工时间会发生变化。国内 1986 年就研究过工件加工时间随加工次序变动的排序^[81]。通过改变或者控制机器以外的资源，从而改变或者控制工件相关参数变化的排序问题称为可控排序；工件加工时间是其开始加工位置或者开始加工时间的减函数，使得加工时间变短的排序问题称为学习效应排序；工件加工时间是其开始加工位置或者开始加工时间的增函数，使得加工时间变长的排序问题称为恶化工件排序。

加工时间可变排序研究的困难在于工件放在不同的位置进行加工，工件的实际加工时间会发生改变。即使对于比较简单的目标函数是最大完工时间的情形，问题也会是 NP-难的。往往找不到用简单的 NP-完全问题归结来考虑问题的时间计算复杂性，要设计多项式时间近似方案或者完全多项式时间近似方案的近似算法难度更大。其次，还在于实际问题的规模往往会超出有效算法的求解能力。尽管存在理论上的困难，但在应用需求的推动下，加工时间可变的排序问题在生产企业、管理服务、供应链物流管理等领域还是得到很大的发展和应用。

1. 代表性研究进展

可控排序中工件可以控制的相关参数是需要决策的变量，不但要使排序的目标函数为最

小，又要使控制参数所支付的费用为最小。可控排序的问题研究始于上世纪的七十年代初。论文^[82]对于工件具有先后约束情况的可控排序问题得到一个4-近似算法。

在大批量生产中，往往会发生学习效应，这时产品的完工时间会早于没有学习效应的情形。考虑学习效应的模型有两种，一种是与工件加工所在的位置有关，也就是说学习效应与已经加工过的工件个数有关；另一种与已经加工过的工件加工时间之和有关，也就是说学习效应与开始加工的时间有关。位置相关的模型基于工件相关的操作。由于工件的实际加工主要依赖于机器的驱动，近似于没有人为因素的干扰。加工时间之和相关的模型主要考虑生产技术人员在加工工件过程中获得的熟练的经验。由于工件在不同位置加工时加工时间不同，学习效应的排序问题提出有效的多项式时间近似方案或完全多项式时间近似方案比较困难。本质上不可能找到有效算法，大部分是用分支定界方法进行分析。

对于与加工所在位置相关的学习效应模型，论文^[83]介绍工件的加工时间是与已经加工时间之和相关的可微非增函数与加工所在位置相关的非增函数的学习效用模型。对于与时间相关的学习效应模型，论文^[84]对于最大完工时间和总完工时间问题给出多项式时间算法；在目标函数为带权总完工时间、最大延迟和带权总折扣完工时间时给出最坏竞争比分析；并在某些特定的条件下，给出多项式时间算法。论文^[85]提出工件加工时间之和的对数函数和加工所在位置相关的学习效应模型，对于单机和流水作业的情形进行分析研究。

恶化工件排序这类问题在钢铁工业、塑料工业、军事以及医疗等方面有着广泛的应用。如消防工程中救火的开始时间一旦被耽搁，火势就会难以控制，这样救火的时间会变长，所付出的代价也会变大。论文^[86]研究具有恶化加工时间的平行机批排序，每个工件的加工时间是等待时间的分段函数，证明使总完工时间最小的问题是强-NP 难的，并对特殊情况给出多项式时间最优算法和近似算法。论文^[87]研究工件加工时间是简单的线性函数，加工的工件产生完工时间费用，而被拒绝加工的工件产生拒绝费用，证明某些完工时间的正则函数的费用和带权拒绝费用之和问题是-NP 难的，并给出基于动态规划的近似算法。论文^[88]研究时间窗指派和恶化工件的排序问题，在可以改变机器速率的情况下，给出多项式算法。论文^[89]研究工件间具有串并有向图约束的单机排序问题，证明工件加工时间为一般线性恶化函数的最大完工时间问题是多项式时间可解的，成比例恶化函数的带权总完工时间问题也是多项式时间可解的。论文^[90]研究三台机器的最大完工时间流水作业排序问题，其中工件的加工时间是开工时间的增函数，所有工件的恶化率都相同；还对小规模问题用分支定界算法得到最优解，对大规模问题提出近似解。论文^[91]研究两台机器的流水作业，工件的加工时间是成比例的线性恶化函数，对总完工时间问题，给出分支定界算法。

2. 加工时间可变的排序问题发展趋势

该方向将朝着研究工件加工过程中涉及的影响因素与管理服务的交叉发展，传统排序模型的算法往往不能有效的解决加工时间可变问题。可控排序发展方向是综合其他排序模型的研究。资源受限的工件加工时间可控模型是更贴近应用背景的模式，资金受限、场地受限、人员受限等。工件加工时间可控的分批排序模型也是控排序的发展方向。工件交货期可控排序问题具有广泛应用背景，会有比较大的发展。学习效应排序发展趋势有两个方面。一是利用成组技术、分批排序、重新排序、机器具有维修限制或机器速率可变的排序问题研究方法，二是应用分支定界技术和人工智能算法。恶化工件排序对于基本加工时间相同、恶化率不同的单机总完工时间问题的计算复杂性没有解决；一般恶化工件排序对于比较复杂的目标函数（带权总延误、非正则目标等）和结合成组分批等都是可以研究的课题。

(七) 应急排序

应急排序指在紧急、突发事件情况下对应急资源的优化排序，以提高应急处置的有效性和经济性。应急排序问题的研究首先面临的是应用环境的复杂性。由于非常规突发事件对原有的自然、政治、社会、经济等稳定的生态结构造成严重破坏，现场信息缺失，资源协调困难，所以应急排序问题具有多目标、多资源、多约束、多方案、动态演化和过程多样化的复杂性质，对研究对象的模型及其演化规律表述相当困难。其次，经典的排序问题大部分是NP-难的，而应急排序的情景将更加复杂，因此通常需要构建新的现代智能算法或把多种算法杂合起来应用求解。从突发事件的应急排序实际情景中凝集出的科学问题，促进了排序论

学科的知识探索和应用创新。其研究集中在应急资源和应急车辆排序这两个方面。应急资源排序可以分为静态应急资源排序和动态应急资源排序。

静态应急资源排序多为一次性应急资源排序，一般是在突发事件发生前，对资源需求进行评估和预测，并制定资源准备预案。其研究一般模拟真实环境，建立应急资源排序模型，模型考虑多个出救点、多个应急点、多种资源和其他一些约束。在研究应急管理系统中物资供应满足应急物资需求条件下多出救点的基础上，建立以“应急开始时间最早”或以“应急时间最短”为目标、使出救点数目最少的二层优化数学模型，并给出相应的求解算法。论文^[92]研究带有网络容量限制的应急网络上多资源到达配套和缩减出救活动时间为目标的混合配流问题。论文^[93,94]考虑多种资源、救援配送成本、响应时间、公平性、优先性、可靠性、安全性等多个目标，利用目标规划方法，建立多出救点、多应急点、多资源等多目标优化的跨期集成单阶段资源排序模型。论文^[95]结合情景分析建立分级多仓库的应急物资储备模型。

动态应急资源排序是随时间而不断进行的。突发事件发生后，这种对资源需求不断变化的动态供给-需求关系，形成复杂的为满足应急需求为目标的资源配置与调运系统。一般利用多阶段应急资源排序模型，把应急点的动态需求简化为多阶段的需求满足问题。论文^[96-98]建立区际救援物资中转分阶段动态排序决策模型。根据灾情的发展变化，分阶段有序地将救援物资运送到应急点。这种应急资源排序问题得到学者的广泛关注。论文^[99,100]等建立连续消耗多资源多出救点多应急点的动态应急资源排序模型，利用实时的道路信息、救援状态信息和应急资源配置信息，提高应急响应能力。

在实际应急情景中，由于道路交通条件、气候条件、人为因素等原因，可能导致应急出救时间、应急需求、路网状态等参数呈现出高度不确定性，针对这种不确定性，众多学者通过引入灰色理论和模糊数学等方法来研究不确定型的应急资源排序问题^[101-103]。

突发事件导致道路交通拥堵或原定的交通方案不能继续执行时，根据当时的车辆、人员、道路状况等实时调度应急车辆以保障各部门的及时响应，并要求以最短的时间到达事故地点实施救护、消防和抢险等活动，确保突发事件造成的损失最小。对于不带时间窗的应急车辆排序问题是在应急状况下不考虑道路对车辆运行时间限制的車輛路径选择和配置问题。论文^[104-106]分别从应急车辆排序问题中的路网结构特点、运输时间确定性与否和应急点的特征等各个角度提出相应的解决方案。

带有时间窗的应急车辆排序问题是在应急状况下考虑道路对车辆运行时间限制的車輛路径选择和配置问题，针对灾害时期车辆排序紧迫性的特点，考虑最少用车量和最快完成任务两种排序目标，建立紧急情况下的带时间窗约束的車輛应急排序模型^[107]。论文^[108]针对带有时间窗的应急物资车辆排序问题，设计以满足需求量最少和延误时间最短为目标的启发式算法。

调研我国应急排序研究现状，可知静态应急排序研究较为成熟，动态应急排序关注度高，但建模难度大，求解困难^[109]。另外，应急排序情景的集成化研究程度不高。目前，应急排序的研究正向着贴近应急排序现场情景和满足应急救援应用需求，探索相应的现代智能求解算法，支持面向综合化的排序决策平台的建立而发展。

（八）公共交通排序

公共交通排序问题是指在保证指定的服务水平和满足一系列约束条件下编制高效的调度方案，一般分解为车辆调度、乘务调度和乘务排班三个子问题顺序求解。公共交通调度研究始于 20 世纪 50 年代末，在发达国家已经研制出包括基于整数线性规划的方法和基于人工智能的超启发式方法等多种求解方法。随着算法研究的不断深入，调度算法的求解规模越来越大，解决带有现实约束的大规模的调度问题日益成为热点。

国内公共交通调度研究起始于十余年前。论文^[110]针对我国公交企业普遍采用的单线模式存在着运营资源使用效益低下等问题，建立符合国情的区域运营模式框架，并研制出能够支持区域模式、解决我国公交调度问题的集成调度方法，获得国际运筹学会的运筹学发展奖。论文^[111]提出轮乘制是解决我国铁路客运专线乘务调度问题的有效方式，建立轮乘制下的乘务调度问题模型。论文^[112]基于“生成与选择”方式研究解决带有中式用餐约束的乘务调度问题，利用“中式用餐”约束和乘务问题特点，设计基于启发式规则的换班机会筛选方法；在所选换班机会集合的基础上构造能满足“中式用餐”约束的候选乘务班次集合；不仅能处理“中

式用餐”约束，而且能极大缩小候选班次集合的规模，有助于扩大基于整数线性规划的乘务调度方法的求解规模。在“选择”阶段，论文^[104]改进传统的列生成技术，提出有效的新列生成策略，从而加速乘务调度列生成方法的收敛速度。文献[113]针对乘务调度整数线性规划问题，提出一种崭新的自适应演化计算方法，设计了移除和增补策略，允许染色体长度在调度过程中自适应变化，该算法运算速度快、求解质量高，实验结果显示可接近线性松弛问题的最优解。文献[114]改变传统的基于给定时刻表的公交调度思路，提出基于运营数据分析的公交调度框架，并设计一个基于车辆定位数据的单程时间设置方法。

公共交通调度研究的主要发展趋势，一是公共交通调度方法研究，旨在研究求解方法上的改进与创新，包括研究加快列生成方法的收敛速度，改进现有的或探索新型的超启发式方法及其融合，研究探索新型的数学启发式方法；二是新的调度问题建模与求解研究，包括集成调度问题、重调度问题、时间窗问题、调度参数设置问题，以及带概率约束和随机约束的调度问题等。

四、结束语

排序论学科发展已经60年。经过组合分析、分支定界、计算复杂性和分类、近似算法、现代排序等五个阶段之后，排序论与博弈论、行为科学交叉，排序博弈、供应链排序、手术排程等理论和应用的研究有较大的进展。正如论文^[5]指出：“排序论的进展是巨大的。这些进展得益于研究人员从不同的学科（例如，数学、运筹学、管理科学、计算机科学、工程学和经济学）所做出的贡献。排序论已经成熟，有许多理论和方法可以处理问题；排序论也是丰富的（例如，有确定性或者随机性的模型、精确的或者近似的解法、面向应用的或者基于理论的）。尽管排序论取得进展，但是在这个令人兴奋并且值得研究的领域，许多挑战仍然存在”。排序论的长足发展，尤其是具有广阔应用前景的现代排序的丰硕成果，使排序论已经成为发展最迅速、研究最活跃、成果最丰硕、前景最诱人的学科领域之一。排序论作为组合优化的一个分支，将继续在运筹学的大花园里绽放出美丽的花朵。

五、致谢

本文的撰写得到排序论学科广大师生的关注、支持和帮助，包括（依照姓氏拼音排序）白丹宇、陈秋双、陈荣军、陈永、高亮、井彩霞、乞建勋、沈灏、苏志雄、谈之奕、王雄志、叶德仕、原晋江、张安在内的专家与我们编写组一起，对本文的起草、修改和成文做出巨大的努力。在此，我们深表感谢！

参考文献

- [1] Baker KR. Introduction to Sequencing and Scheduling [M]. New York: John Wiley & Sons, 1974.
- [2] Pinedo ML. Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems [M]. 3rd Edition. New York: Springer, 2008.
- [3] Johnson. Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included, *Naval Research Logistics*, 1(1954), 61-68.
- [4] Lawler EL, J K Lenstra, A H G Rinnooy Kan, D B Shmoys. Sequencing and scheduling: Algorithms and complexity, in: S C Graves, et al, *Handbooks in OR & MS*, Volume 4, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1993, 445-522.
- [5] Potts CN, V A Strusevich. Fifty years of scheduling: a survey of milestones [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2009, 60: S41-S68.
- [6] 越民义, 韩继业. n 个零件在 m 台机床上的加工顺序问题(I)[J]. *中国科学*, 1975, 5: 462-470.
- [7] 周荣生. 汉英综合科学技术词汇[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
- [8] 唐国春. 关于 Scheduling 中文译名的注记[J]. *系统管理学报*, 2010, 19(6), 713-716.
- [9] 中国社会科学院语言研究所词典编辑室. 现代汉语词典[M]. 上海: 商务印书馆, 1978.
- [10] 唐国春, 张峰, 罗守成, 刘丽丽. 现代排序论[M]. 上海: 上海科学普及出版社, 2003.
- [11] Brucker P, Knust S. <http://www.informatik.uni-osnabrueck.de/knust/class>
- [12] Graham,R.L., E.L.Lawler, J.K.Lenstra and A.H.G.Rinnooy Kan, Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey, *ADM*, 5 (1979), 287-326.
- [13] 唐国春. 关于编辑和印发《英汉排序论词汇》[J]. *上海第二工业大学学报*, 2013, 30(3): 232-241.
- [14] 唐国春. 排序论基本概念综述[J]. *重庆师范大学学报(自然科学版)*, 2012, 29(4):1-11.
- [15] 蔡小强, 吴贤毅, 周宪. Stochastic scheduling subject to preemptive-repeat breakdowns with incomplete information [J]. *Operations Research* , 2009, 57 (5): 1236-1249.

- [16] Leung JY-T, M Pinedo, 万国华. Competitive two-agent scheduling and its applications. *Operations Research*, 2010, 58(2): 458-469.
- [17] 李杉林, 陈志龙, 唐国春. A note on the optimality proof of the Kise-Ibaraki-Mine algorithm [J]. *Operations Research*, 2010, 58(2): 508-509.
- [18] 蔡小强, Vairaktarakis GL. Coordination of outsourced operations at a third-party facility subject to booking, overtime, and tardiness costs [J]. *Operations Research*, 2012, 60 (6): 1436-1450.
- [19] 樊保强, 孙叶平, 陈荣军, 唐国春. A revised proof of the optimality for the Kise-Ibaraki-Mine algorithm [J]. *Optimization Letters*, 2012, 6(8): 1951-1955.
- [20] 谈之奕, 陈永, 张安. Parallel machines scheduling with machine maintenance for minsum criteria [J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 212: 287-292.
- [21] 陈荣军, 黄婉珍, 唐国春. Dense open-shop schedules with release times [J]. *Theoretical Computer Science*, 2008, 407: 389-399.
- [22] 陈荣军, 黄婉珍, 门忠先, 唐国春. Open-shop dense schedules: properties and worst-case performance ratio [J]. *Journal of Scheduling*, 2012, 15(1): 3-11.
- [23] 唐国春, 陈荣军、张峰. 排序论中工件和机器的对偶性[J]. *重庆师范大学学报(自然科学版)*, 2013, 30(5): 1-4.
- [24] 唐立新, 白丹宇. A new heuristic for open shop total completion time problem [J], *Applied Mathematical Modelling*, 2010, 34(3): 735-743.
- [25] 白丹宇, 唐立新. Open shop scheduling problem to minimize makespan with release dates [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37(4): 2008-2015.
- [26] 井彩霞, 黄婉珍, 唐国春. Minimizing total completion time for re-entrant flow shop scheduling problems [J]. *Theoretical Computer Science*, 2011, 412(48): 6712-6719.
- [27] 唐国春, 樊保强, 刘丽丽. 排序博弈的分类、进展和展望[J]. *重庆师范大学学报(自然科学版)*, 2014, 31(1): 1-8.
- [28] 顾燕红, M Goh, 陈全乐, RD Souza, 唐国春. A New Two-Party Bargaining Mechanism. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2013, 25(1): 135-163.
- [29] 顾燕红, 范静, 唐国春, Jiaofei Zhong. Maximum Latency Scheduling Problem on Two-Person Cooperative Games. *Journal of Combinatorial Optimization*. 2013, 26(1): 71-81.
- [30] 钟力炜, 罗守成, Wu Lidong, 许琳, 杨敬辉, 唐国春. A two-stage approach for surgery scheduling [J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, online, 2012, DOI: 10.1007/s10878-012-9535-2.
- [31] 王刚, 陈秋双, 杜玉泉, 全雄文. 基于组合拍卖的多主体单机调度问题研究[J]. *计算机集成制造系统*, 2013, 19(1): 106-113.
- [32] 乞建勋, 李星梅, 王强. 2008. CPM网络中的路长定理及其在顺序优化中的应用[M]. 北京: 科学出版社.
- [33] 乞建勋, 张立辉, 李星梅. 2009. 网络计划管理中的机动时间特性理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社.
- [34] 李新宇, 高亮, 邵新宇. An active learning genetic algorithm for integrated process planning and scheduling [J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39: 6683-6691.
- [35] 李新宇, 高亮, 李卫东. Application of game theory based hybrid algorithm for multi-objective integrated process planning and scheduling [J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39: 288-297.
- [36] 万国华, SR Vakati, JY-T Leung, M Pinedo. 2010. Scheduling two agents with controllable processing times [J]. *European Journal of Operational Research*. 205: 528-539.
- [37] Cheng TCE(郑大昭), 吴志图, 原晋江. Multi-agent scheduling on a single machine with max-form criteria [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 188(2): 603-609.
- [38] 农庆琴, 郑大昭, 吴志图. 2011. Two-agent scheduling to minimize the total cost [J]. *European Journal of Operational Research*, 215(1): 39-44.
- [39] 刘鹏, N Yi, X Zhou. 2011. Two-agent single-machine scheduling problems under increasing linear deterioration [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5): 2290-2296.
- [40] 刘鹏, 唐立新. 2008. Two-agent scheduling with linear deteriorating jobs on a single machine. *Lecture Notes in Computer Science*, 5092: 642-650.
- [41] 刘鹏, 唐立新, Xiaoye Zhou. 2010. Two-agent group scheduling with deteriorating jobs on a single machine [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 47(5): 657-664.
- [42] 刘鹏, Xiaoye Zhou, 唐立新. 2010. Two-agent single-machine scheduling with position-dependent processing times [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 48(1): 325-331.
- [43] 田记, Ruyan Fu, 原晋江. On-line scheduling with delivery time on a single batch machine [J]. *Theoretical Computer Science*, 2007, 374(1-3): 49-57 .
- [44] 田记, 郑大昭, 吴志图, 原晋江. An improved on-line algorithm for single parallel-batch machine scheduling with delivery times [J]. *Discrete Applied Mathematics*, 2012, 160(7-8): 1191-1210.
- [45] 刘培海, 鲁习文. Online scheduling of parallel machines to minimize total completion times [J]. *Computers & Operations Research*, 2009, 36(9): 2647 -2652.
- [46] Liu Shoupeng, 张玉忠. On-line scheduling of unit time jobs with rejection on uniform machines [J]. *Journal of System Science & Complexity*, 2008, 21(1): 114-118.
- [47] 李荣珩, 杨丽英, 何小琼, 陈强, 成夏炎. Semi-online scheduling for jobs with release times [J]. *Journal of*

- combinatorial optimization, online, 2011-10-27, DOI: 10.1007/s10878-011-9425-z.
- [48] 顾满占, 鲁习文. Asymptotical optimality of WSEPT for stochastic online scheduling on uniform machines [J]. *Annals of OR*, 2011, 191(1): 97-113.
- [49] 余炜, 刘朝晖. Vehicle routing problems on a line-shaped network with release time constraints [J]. *Oper. Res. Lett.* 37(2): 85-88 2009.
- [50] 王振波, 邢文训, 陈礴. On-line service scheduling [J]. *J. Scheduling*, 2009, 12(1): 31-43.
- [51] 王振波, 邢文训. Worst-case analysis for on-line service policies [J]. *J. Comb. Optim.*, 2010, 19(1): 107-122.
- [52] 蒋义伟. Online scheduling on parallel machines with two GoS levels [J]. *J Comb Optim* 2008, 16(1): 28-38.
- [53] 张安, 蒋义伟, 谈之奕. Online parallel machines scheduling with two hierarchies [J]. *Theoretical Computer Science*, 2009, 410: 3597-3605.
- [54] 谈之奕, 张安. A note on hierarchical scheduling on two uniform machines [J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2010, 20: 85-95.
- [55] 谈之奕, 张安. Online hierarchical scheduling: An approach using mathematical programming [J]. *Theoretical Computer Science*, 2011, 412: 242-256.
- [56] 侯丽英, 康丽英. Online and semi-online hierarchical scheduling for load balancing on uniform machines [J]. *Theoretical Computer Science*, 2012, 412: 1092-1098.
- [57] 叶德仕, 韩鑫, 张国川. A note on online strip packing [J]. *Journal of combinatorial optimization*, 2009, 17(4): 417-423.
- [58] 叶德仕, 韩鑫, 张国川. On-line multiple-strip packing [J]. *Theoretical Computer Science*, 2011, 412(3): 233-239.
- [59] 张玉忠. Batch scheduling with set-up [D]. Ph.D Dissertation of Chinese Academy of Sciences, 1996.
- [60] 张玉忠, 曹志刚. 并行分批排序问题综述[J]. *数学进展*, 2008, 37(4): 392-408.
- [61] Deng XT, Poon CK, 张玉忠. Approximation algorithms in batch processing [J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2003, 7: 247-257.
- [62] Deng XT, Feng D, Zhang PX, 张玉忠, Zhu H. Minimizing mean completion time in a batch processing system [J]. *Algorithmica*, 2004, 38(4) : 513-528.
- [63] 张玉忠, 曹志刚. An asymptotic PTAS for batch scheduling with non-identical job sizes to minimize makespan [J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2008, 16(21):119-126.
- [64] 张玉忠, 柏春松, 汪寿阳. Duplicating in batch scheduling [J]. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2007, 3(4): 685-692.
- [65] 苗翠霞, 张玉忠, 王成飞. Parallel-batch scheduling on unrelated machines to minimize the sum objectives [J]. *OR Transactions*, 2010, 14(4) :11-20.
- [66] 苗翠霞, 张玉忠, 吴翠莲. Scheduling of deteriorating jobs with release dates to minimize the maximum lateness [J]. *Theoretical Computer Science*, 2012, 462: 80-87.
- [67] 曹志刚, 杨晓光. A PTAS for parallel batch scheduling with rejection and dynamic job arrivals [J]. *Theoretical Computer Science*, 2009, 410: 2732-2745.
- [68] 李士生, 原晋江, Unbounded parallel-batching scheduling with two competitive agents[J], *Journal of Scheduling*, 2012, 15: 629-640.
- [69] 何程, 林诒勋, 原晋江. A DP algorithm for minimizing makespan and total completion time on a series-batching machine [J]. *Information Processing Letters*, 2009, 109: 603-609.
- [70] 刘丽丽, C.T. NG, T.C.E. Cheng. On the complexity of bi-criteria scheduling on a single batch processing machine [J]. *Journal of Scheduling*, 2010, 13: 629-638.
- [71] 樊保强, 原晋江, 李士生. Bi-criteria scheduling on a single parallel-batch machine [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36: 1338-1346.
- [72] 张利齐, 录岭法, 原晋江. Single machine scheduling with release dates and rejection [J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 198: 975-978.
- [73] 唐立新, 宫华. A hybrid two-stage transportation and batch scheduling problem[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2008, 32(12): 2467-2479.
- [74] 唐立新, 宫华. The coordination of transportation and batching scheduling [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 33(10) 3854-3862.
- [75] Lee CY, 陈志龙. Machine scheduling with transportation considerations [J]. *Journal of Scheduling*, 2001; 4(1): 3-24.
- [76] 唐立新, 关静, Hu GF. Steelmaking and refining coordinated scheduling problem with waiting time and transportation consideration [J]. *Computer & Industrial Engineering*, 2010, 58(2): 239-248.
- [77] 宫华, 唐立新. A two-stage flowshop scheduling problem on a batching machine and a discrete machine with blocking and setup times consideration [J]. *Computers & Operations Research*, 2010, 37(5): 960-969.
- [78] 宫华, 唐立新. Two-machine flowshop scheduling with intermediate transportation under job physical space consideration [J]. *Computers & Operations Research*, 2011, 38(9): 1267-1274.
- [79] 唐立新, 刘鹏. Flowshop scheduling problems with transportation or deterioration between the batching and single machines [J]. *Computers and Industrial Engineering*, 2009, 56(4): 1289-1295.
- [80] 唐立新, 刘鹏. Two-machine flowshop scheduling problems involving a batching machine with transportation or deterioration consideration [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 33(2):1187-1199.

- [81] 梁枢里. 工件加工时间随加工顺序变动的单机排序问题[J]. 经济数学, 1986, (3): 59-64.
- [82] 张峰, 刘丽丽. Linear programming relaxation algorithm for scheduling problem with controllable processing time[J], 2009 ISECS International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management, 2009, 1: 82-85.
- [83] 殷允强, 徐德华, 孙凯彪, Li H.X. Some scheduling problems with general position-dependent and time-dependent learning effects [J]. Information Sciences. 2009, 179: 2416-2425.
- [84] 张新功, 严广乐, 黄婉珍, 唐国春. Single-machine scheduling problems with time and position dependent processing times [J]. Annals of Operational Research, 2011, 186:345-356.
- [85] 张新功, 严广乐, 黄婉珍, 唐国春. A note on machine scheduling with sum-of-logarithm-processing-time based and position-based learning effects [J]. Information Sciences, 2012, 187: 298-304.
- [86] Leung, JY-T, 吴志图, 郑大昭. Minimizing sum of completion times for batch scheduling of jobs with deteriorating processing times [J]. European Journal of Operational Research, 2008, 187: 1090-1099.
- [87] 程予绍, 孙世杰. Scheduling linear deteriorating jobs with rejection on a single machine [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 194:18-27.
- [88] 赵传立, 唐恒永. A note to due-window assignment and single machine scheduling with deteriorating jobs and a rate-modifying activity[J], Computers & Operations Research, 2012, 39: 1300-1303.
- [89] 王吉波, 吴志图, 郑大昭. Single-machine scheduling with deteriorating jobs under a series-parallel graph constraint [J]. Computers and Operations Research, 2008, 35(8): 2684-2693.
- [90] 王吉波, 王明征. Minimizing makespan in three-machine flow shops with deteriorating jobs [J]. Computers and Operations Research, 2013, 40(2): 547-557.
- [91] Ng CT(吴志图), 王吉波, 郑大昭, 刘丽丽. A branch-and-bound algorithm for solving a two-machine flow shop problem with deteriorating jobs [J]. Computers and Operations Research, 2010, 37: 83- 90.
- [92] 潘芳, 卞艺杰, 潘郁. 多资源多出救点组合应急调度模型[J]. 统计与决策. 2010, (20): 25-27.
- [93] Qin Junchang, Yiting Xing, Song Wang, Kanliang Wang, Sohail S Chaudhry. An inter-temporal resource emergency management model [J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(8):1909-1918.
- [94] Vitoriano B. A multi-criteria optimization model for humanitarian aid distribution [J]. Journal of Global Optimization, 2010, 51(2):189-208.
- [95] 朱建明, 黄钧, 刘德刚, 韩继业. Resources allocation problem for local reserve depots in disaster management based on scenario analysis [J]. The Seventh International Symposium on Operations Research and Its Applications, Lijiang, China, 2008, 395-407. World Publishing Corporation.
- [96] 李周清, 马祖军. 区际救援物资中转调度的动态决策模型与算法[J]. 运筹与管理. 2011(3): 46-52.
- [97] Peng Yongjun, Zou Zili, Guo Xi, Yang Min, Chen Jinming, Research on the emergency resource allocation and scheduling model under unconventional social emergency[J]. 2nd International Workshop on Education Technology and Computer Science, ETCS 2010, 1:559-562.
- [98] 赵林度, 刘明, 戴东甫. 面向脉冲需求的应急资源调度问题研究[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2008(6): 1116-1120.
- [99] 李梅霞, 车海涛. 应急资源调度模型及算法[J]. 运筹与管理, 2011, (3): 72-76.
- [100] 潘郁, 余佳, 达庆利. 基于粒子群算法的连续性消耗应急资源调度[J]. 系统工程学报. 2007, 22(5):556-560.
- [101] Li Xiang, Yongjian Li. A Model on Emergency Resource Dispatch under Random Demand and Unreliable Transportation [J]. Systems Engineering Procedia, 2012, (5):248-253.
- [102] 宋晓宇, 刘春会, 常春光. 面向应急物资调度的一种灰色规划模型[J]. 计算机应用研究. 2010(4): 1259-1262.
- [103] 王海军, 王婧, 马士华, 杜丽敬. 模糊需求条件下应急物资调度的动态决策研究[J]. 工业工程与管理. 2012, 17(3):16-22.
- [104] 陈仕军, 沈吟东. An Improved Column Generation Algorithm for Crew Scheduling Problems [J]. Journal of Information and Computational Science, 2013, 10(1):175-183.
- [105] 李孟军, 陈森, 李本先, 叶国青. 考虑失效路段恢复的动态应急资源车辆调度模型[J]. 计算机应用研究, 2011, (11): 4125-4128.
- [106] Yan, Shangyao, Yu-Lin Shih. Optimal scheduling of emergency roadway repair and subsequent relief distribution [J]. Computers & Operations Research, 2009, 36(6):2049-2065.
- [107] 何正文, 贾涛, 徐渝. 基于禁止时间窗的应急物资调度车辆路径问题[J]. 运筹与管理. 2009, 18(2): 1-6.
- [108] 刘德刚, 韩继业, 朱建明. Vehicle routing for medical supplies in large-scale emergencies [J]. The First International Symposium on Optimization and Systems Biology, Beijing, China, 2007, 412 – 419, World Publishing Corporation.
- [109] 韩继业, 刘德刚, 朱建明. 运筹学在应急物流中的一些应用[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版), 2011, 28(5), 1-6.
- [110] 沈吟东, 夏家宏. Integrated Bus Transit Scheduling for the Beijing Bus Group Based On a Unified Mode of Operation [J]. International Transactions in Operational Research, 2009, 16(2): 227-242.
- [111] 沈吟东, 陈仕军, 苏璇. Rail Crew Scheduling Based on a Pooling Mode for High Speed Passenger Lines [A]. 2010 International Conference on Logistics Engineering and Intelligent Transportation Systems (LEITS2010), 2010, 55-58.
- [112] 陈仕军, 沈吟东, 苏璇, 陈贺命. Crew Scheduling With Chinese Mealbreak Rules [J]. Journal of

- Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2013, 13(2): 90-95.
- [113] 沈吟东, 彭琨琨, 陈凯, 李荆鹏. Evolutionary crew scheduling with adaptive chromosomes [J]. Transportation Research Part B, 2013 (to appear)
- [114] 徐甲, 沈吟东. Setting Scheduled Trip Time Based on AVL Data [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2012, 12(5): 39-45.

执笔人: 唐国春

编写组 (依照姓氏拼音排序):

樊保强、李杉林、李文华、鲁习文、潘郁、任建峰、沈吟东、唐立新、万国华、王振波、吴贤毅、张峰、张新功、张玉忠、赵晓丽

索引:

排序论、多代理竞争排序、在线排序、分批排序、多目标排序、供应链排序、加工时间可变排序、应急排序、公共交通排序。